



Bendrai finansuoja
Europos Sąjunga

Nacionalinė
švietimo
agentūra



Matematikos valstybinio brandos egzamino (II dalies) išplėstinio ir bendrojo kursų kandidatų darbų vertintojų mokymai

II dalis

III modulis

- Vertinimo gairių analizė.
- Turinio minimumo (slenkstinio lygio) aprašo aptarimas
- Probleminių uždavinių vertinimo ypatumai

VBE vertinimo gairės

1. Vertinimo gairių tikslas – užtikrinti objektyvų ir informatyvų vertinimą:

- Pritaikyti **vienodus vertinimo kriterijus**, siekiant objektyviai įvertinti mokinių pasiekimus, eliminuoti subjektyvumo riziką.
- Užtikrinti, kad vertinant būtų remiamasi **vienodomis standartizuotomis normomis**, kas leistų analizuoti rezultatų tendencijas siekiant nustatyti ugdymo proceso efektyvumą.
- Užtikrinti, kad **vertinimas** būtų nešališkas, suprantamas, **objektyvus** ir patikimas.

3.2. VBE antra dalis

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą.	1 taškas

Pilnojo sprendimo uždavinių vertinimas

Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas

Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas atskiru tašku vertinamas tuo atveju, jei numanoma, kad uždavinys (ar jo dalis) gali turėti ne vieną, bet kelias sprendimo strategijas. Šiuo atveju tokia formuluotė naudojama pirmam, esminiam sprendimo žingsniui įvardinti ir vertinti.

Laikoma, kad mokinyš pasirinko **teisingą uždavinio sprendimo strategiją**, jei:

- Užrašo **pritaikytą** konkrečiam atvejui ir/arba **taiko** teisingą formulę, teoremą, taisyklę. Taisyklės nebūtina formuluoti apibendrintos, užtenka parašyti simboliais tinkančiais konkrečiam atvejui.

Pastaba: Jei taikoma formulė ar taisyklė yra nurodyta formulių lape arba ji yra matematikos pagrindinio ar vidurinio ugdymo bendrojoje programoje, mokinyš gali taikyti ją iš karto įrašydamas skaičius (rašyti simboliais nebūtina). Tačiau jei formulės ar taisyklės nėra matematikos vidurinio ugdymo bendrojoje programoje, būtina ją užrašyti simboliais. ([Pavyzdžiai pateikti 6.1. punkte](#)).

- Žodiniame uždavinyje (ar jo dalyje) teisingai įvardija visus nežinomuosius **ir** nustato jų **tiesiogiai sąlygoje nenurodytus** tarpusavio ryšius (juos aprašo žodžiais arba naudoja tolimesniame uždavinio sprendime). ([Pavyzdžiai pateikti 6.2. punkte](#)).

6.2. Teisingo kintamųjų įvardinimo ir sąryšio aprašymo pavyzdžiai

Sąlyga: Motociklininkas numatė per tam tikrą laiką nuvažiuoti 120 km. Tačiau dėl kelio darbų pusiaukelėje 10 min stovėjo, todėl likusią kelio dalį važiavo 12 km/h greičiau ir į numatytą vietą atvyko laiku. Kokiu greičiu motociklininkas važiavo iš pradžių?	
Netinkamas kintamųjų įvardijimas	Tinkamas kintamųjų įvardijimas Pastaba: kintamieji turi būti įvardinti tiksliai arba turėtų būti užrašyti matavimo vienetai.
1 pvz. pirma kelio pusė x , antra $x+12$ 2 pvz. x km/h ; $x+12$ km/h	1 pvz. pirmoji kelio pusė - x km/h, antroji – $x+12$ km/h 2 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x , antrąją $x+12$ (jei nėra skirtingų matavimo vienetų)

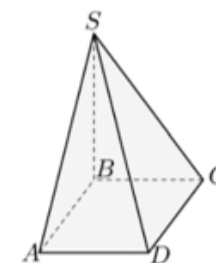
Teisingai atliktas vienas žingsnis	<p>Kiekvienas žingsnis, už kurį numatomas taškas, turi būti aprašytas vertinimo instrukcijoje. Už kiekvieną teisingai atliktą žingsnį skiriamas taškas.</p> <p>Pastaba: sąlygos perrašymas nėra laikomas žingsniu.</p> <p>Laikoma, kad žingsnis atliktas teisingai, jei:</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • Žingsnio atlikimas tikslingai veda prie uždavinio (ar jo dalies) išsprendimo. • Sprendime nėra 4.1 punkte aprašytų klaidų.
Gautas teisingas atsakymas	<p>Laikoma, kad atsakymas gautas teisingai, jei: mokinys atsakymą pagrindė skaičiavimais ar tekstu ir nepadarė žemiau aprašytų klaidų.</p> <p>Pastaba nr.1: jei mokinys į atsakymo langelį neparašė atsakymo, jo atsakymu laikomas <u>paskutinėje</u> sprendimo eilutėje pateiktas skaičius, reiškiny, funkcija ir pan.</p> <p>Pastaba nr.2: jei uždavinys (ar jo dalis) vieno žingsnio, tai vertinamas tik <u>gautas</u> teisingas atsakymas.</p>

**Pagrindimas
arba
argumentavimas**

- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nenurodyta „**parodykite**“ , „**pagrįskite**“, „**argumentuokite**“, pakanka parodyti sprendimo žingsnius.
- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nurodyta „**parodykite**“, „**pagrįskite**“ arba „**argumentuokite**“, užtenka paaiškinti kodėl pasirenkamas tam tikras sprendimo būdas. Pavyzdžiui „ $AB \perp KL$ “, „trikampiai ABC ir KMN panašūs“ ir pan. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti bent pasvirąją, pavyzdžiui, „pagal trijų statmenų teoremą, pasviroji AM “. Įrodyti faktų nebūtina. Už pagrindimą skiriamas 1 taškas.
- **Įrodymo uždaviniuose** reikia pagrįsti kiekvieną sąlygoje nenurodytą teiginį ar faktą. Pvz. „Trikampiai panašūs, nes $\angle M = \angle N$; $\angle B = \angle C$ “. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti statmenį, pasvirąją ir jos projekciją, taip pat, jei tai tiesiogiai neišplaukia iš sąlygos, pagrįsti kodėl pasviroji ar projekcija yra statmena tam tikrai tiesei. Pats požymio užrašymas, jei išvardinti visi reikiami sąryšiai nėra būtinas. Jei įrodymas išbaigtas, išvada padaryta, žodis „įrodyta“ nėra būtinas. Kiekvieno tokio teiginio pagrindimas vertinamas atskiru tašku. ([Pavyzdžiai pateikti 7 punkte](#)).

7. Teisingo argumentavimo pavyzdžiai

1 pvz. **Sąlyga.** Piramidės $ABCD$ pagrindas yra kvadratas, kurio kraštinės ilgis lygus 6. Piramidės šoninė briauna yra statmena pagrindo plokštumai. Piramidės aukštinės ilgis lygus 8. **Irodykite, kad šoninė siena SAD yra statusis trikampis.**



Taškas neskiriamas

$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl trikampis SAD statusis.

SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl trikampis SAD statusis.

Taškas skiriamas

$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.

SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.

4. Klaidų sąrašas:

4.1. Taškas neskiriamas, jei padarytos šios klaidos:

- Aritmetinė klaida
- Algebrinė klaida
- Loginė/situacijos klaida

***Pastaba:** Jeigu padaryta loginė klaida pirmame sprendimo žingsnyje, dėl kurios sprendimo eiga pasikeičia iš esmės, už teisingai atliktus žingsnius, kurie numatyti vertinimo instrukcijoje, taškai skiriami. Esant sudėtingesnėms situacijoms dėl tokio uždavinio (ar jos dalies) vertinimo sprendimą priima matematikos egzamino vertinimo komisijos pirmininkas*

- Grubi neatidumo-komunikavimo klaida
- Negrubi neatidumo-komunikavimo klaida padaryta sprendžiant uždavinius, kurie yra priskirti **Matematinio komunikavimo pasiekimų srities pasiekimui B2**.

4.2. Taškas skiriamas, jei padarytos šios klaidos

Negrubi neatidumo-komunikavimo klaida (A, C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose (ar jų dalyse))

5. Klaidų tipų aprašymai:

5.1. Aritmetinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.1. punkte](#))

- Neteisingai atliktas aritmetinis veiksmas.

Taškas neskiriamas
<ol style="list-style-type: none">1. Neteisingas apvalinimas/Apvalinama, kai to nereikia2. Skaičiavimo klaida3. Realus turinio uždaviniai, kuriuose atsakymas turi būti natūralusis skaičius pagal uždavinio prasmę. Pavyzdžiui, $10/2$ žmogaus laikomas neteisingu.4. Atsakymas $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ laikomas neteisingu.5. Uždavinyje, kuriame naudojami kelių rūšių matavimo vienetai, pvz. metrai ir centimetrai, matavimo vienetai atsakyme nenurodyti.

Taškas skiriamas, nelaikoma klaida

1. Atsakyme užrašyta nesuprastinta trupmena, neišskirta sveikoji dalis (išskyrus atvejus, kai ieškomas dydis pagal sąlygą turi būti natūralusis skaičius). Pavyzdžiui, atsakymai $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{3}$ laikomi teisingais.
2. Dalinai neištraukta šaknis, jei nėra kitų veiksmų. Pavyzdžiui, atsakymas $\sqrt{8}$ laikomas teisingu.
3. Matavimo vienetai nenurodyti uždavinio, kuriame yra tik vienos rūšies atitinkami matavimo vienetai, atsakyme.

5.2. Algebrinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.2. punkte](#))

- Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė.
- Neteisingai atlikti algebriniai pertvarkymai.

Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė

1 pvz. $(a + b)^3 = a^3 + b^3$;

2 pvz. $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt{x^3}$

Neteisingai pritaikyti algebriniai pertvarkymai

Pvz. Kai $x \leq 1$, tai $|x - 1| = |x| - |1| = -x - 1$

5.3. Loginė ir situacijos klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.3. punkte](#))

- Sprendimas pradedamas nuo neteisingų prielaidų, parenkama netinkama strategija (pagal kontekstą pritaikyta ne ta teorema ar taisyklė)
- Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas.
- Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra neteisingas. **Pastaba:** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu. **Pastaba:** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Mokinys perrašydamas sąlygą padaro klaidą ir palengvina /pasunkina uždavinį. **Pastaba:** palengvinus uždavinį taškas neskiriamas už pirmą žingsnį. Likę taškai skiriami, jei atlikti žingsniai yra aprašyti vertinimo instrukcijoje. Pasunkinus uždavinį taškai skiriami už žingsnius, kurie yra tokie patys arba analogiškai vertinimo instrukcijoje aprašytiems žingsniams.
- Padarius klaidą, gautas atsakymas nėra įvertinamas pradinės sąlygos kontekste (prieštarauja sąlygai, apibrėžimui, teoremai ar pan.).

Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu.

Pastaba: Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.

Pvz. Įrodykite, kad skaičių seka (a_n) yra aritmetinė progresija, kai $a_n = 5n - 1$.

Sprendimas.

$a_2 - a_1 = 9 - 4 = 5$; $a_3 - a_2 = 14 - 9 = 5$. Kadangi $a_3 - a_2 = a_2 - a_1$, tai a_n yra aritmetinė progresija.

Padarius klaidą, rezultatas prieštarauja sąlygai, apibrėžimams, teoremai.

1 pvz. Gauta tikimybė didesnė nei 1.

2 pvz. Gautas ilgis, plotas, tūris yra neigiamas ir pan. Tai pateikiama, kaip atsakymas.

- **5.4. Neatidumo-komunikavimo klaida** ([pavyzdžiai pateikti 8.4.1.-8.4.4. punktuose](#))
- Neatidumo ir komunikavimo klaidos dažnai panašios. Skiriasi jų atsiradimo priežastis. Neatidumo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl nepakankamo susikaupimo, skubėjimo ar dėmesio trūkumo atliekant užduotį. Komunikavimo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl neteisingo matematinės idėjos perteikimo; simbolių, matematinės terminijos, kalbos nemokėjimo ir neteisingo vartojimo. Tačiau dažniausiai neįmanoma nustatyti tokių klaidų atsiradimo priežasties. Todėl jos priskiriamos vienai grupei.
- Šios klaidos skirstomos į grubias ir negrubias. Už grubias klaidas taškas neskiriamas, už negrubias – skiriamas. Keturios pagrindinės taisyklės, pagal kurias šio tipo klaidos skirstomos į grubias ir negrubias.

Keturios pagrindinės taisyklės, pagal kurias šio tipo klaidos skirstomos į šiurkščias ir nešiurkščias

1. Vienareikšmiškumo taisyklė
2. Vieno karto taisyklė
3. 50 % taisyklė (taikoma, jei tas pats simbolis kartojamas ne mažiau kaip keturis kartus)
4. Esminės sampratos taisyklė

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
<p align="center">Vienareikšmiškumo taisyklė <p align="center">(pavyzdžiai pateikti 8.4.1. punkte)</p> </p>	
<p>Daugiaprasmiai atsakymai, kai neįmanoma nustatyti ar atsakymas teisingas. Neapibrėžti, tiesiogiai sąlygoje nenurodyti kintamieji ir/ar įvykiai</p>	<p>Vienaprasmis, teisingas atsakymas, tačiau praleista sprendimo dalis (jei ji nevertinama atskiru tašku). Reiškinų prastinimas, reiškinių reikšmės apskaičiavimas atskirais veiksmais, nededant lygybės ženklų.</p>

Sritis	Grubios klaidos	Negrubios klaidos
Atsakymo užrašymas	Jei sprendime aptinkamas teisingas atsakymas, tačiau jis nėra aiškiai arba vienareikšmiškai suformuluotas (nepakankamai konkretus, paliekantis vietos įvairioms interpretacijoms ar dviprasmybėms), o atsakymo langelyje atsakymas neįrašytas arba įrašytas neteisingas.	<p>1. Jei sprendime gautas teisingas atsakymas (jis yra paskutinis gautas skaičius ar simbolis), nurodytas vienareikšmiškai, o atsakyme neteisingas (padaryta viena neatidumo(perrašymo) klaida).</p> <p>2. Jeigu atsakyme yra perteklinės informacijos, tačiau vienareikšmiškai galima nustatyti uždavinio (ar jo dalies) atsakymą.</p>
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas 1 tašku	
	<p>(instrukcijoje parašyta: „už gautą teisingą atsakymą“ arba „gautą reiškinių ...)</p> <p>Kai $x \in (0; 1)$, tai $\sqrt{(x^2 - 1)^2} = 1 - x^2$</p>	
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas daugiau nei 1 tašku	
Modulis		<p>2 pvz. Suprastinkite reiškinių $\frac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{x^2-2x+1}$, kai $x \in (0; 1)$.</p> $\frac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{x^2-2x+1} = \frac{1-x^2}{x^2-2x+1} = \frac{(1-x)(1+x)}{(x-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}.$

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimi du įvykiai (dvi tikimybės), tai sprendime kiekvienas jų turi būti tinkamai įvardintas.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos	Teisingas įvykių/tikimybių įvardinimas
<p>1 pvz. $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$.</p> <p>2 pvz. $P_1 = 0,3, P_2 = 0,6$ arba 2 pvz. $p_1 = 0,3, p_2 = 0,6$.</p>	<p>1 pvz. $P(\textit{Jonas}) = 0,3, P(\textit{Petras}) = 0,6$;</p> <p>2pvz. $P(J) = 0,3, P(P) = 0,6$.</p>	<p>1 pvz. Įvykis A – laimės Jonas, įvykis B – laimės Petras. Tada $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$.</p> <p>2 pvz. p_1 – tikimybė, kad laimės Jonas, p_2 – tikimybė, kad laimės Petras.</p>

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimas vienas įvykis (viena tikimybė), jis, pageidautina, kad būtų tinkamai įvardintas, tačiau tai nėra būtina.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
<p>1 pvz. $p = 0,3$. Tada $p = 1 - 0,3 = 0,7$.</p> <p>2 pvz. $A = 0,3$ arba $L = 0,3$</p>	<p>1 pvz. $P(\textit{laimės}) = 0,3$</p> <p>2 pvz. $P(L) = 0,3$ arba $P(l) = 0,3$</p> <p>3 pvz. $P = 0,3$</p> <p>4 pvz. $P(A) = 0,3$ arba $P(\textit{įvykis}) = 0,3$</p>

Pagrindimas, kad funkcija įgyja didžiausią/mažiausią reikšmę gautame kritiniame taške.

Pastaba: sąlygoje turi būti nurodyta funkcijos apibrėžimo sritis. Jeigu apibrėžimo sritis nenurodyta, ją mokinys turi nustatyti. Jeigu apibrėžimo sritis atviras intervalas, turi būti aiškos išvestinės reikšmės nurodytuose intervaluose:

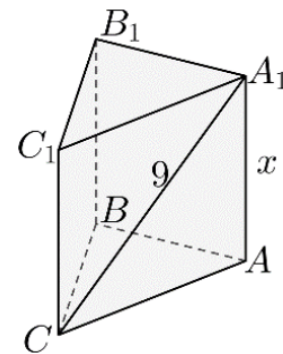
- skaičių tiesėje pažymėti ženklai $+/-$
ir/arba
- apskaičiuotos išvestinės reikšmės intervalų taškuose

Jeigu apibrėžimo sritis uždaras intervalas mokinys gali rinktis nagrinėti:

- išvestinės reikšmės intervalo galuose ir kritiniuose taškuose;
arba
- intervalą kaip atvirą.

(Šis žingsnis vertinamas tašku, todėl praleisti pagrindimo negalima)

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)

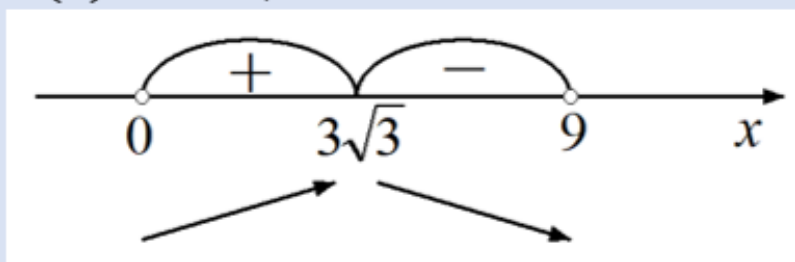


Teisingas sprendimas

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė, tačiau parodyta, kad būtent išvestinės reikšmės skaičiavo.

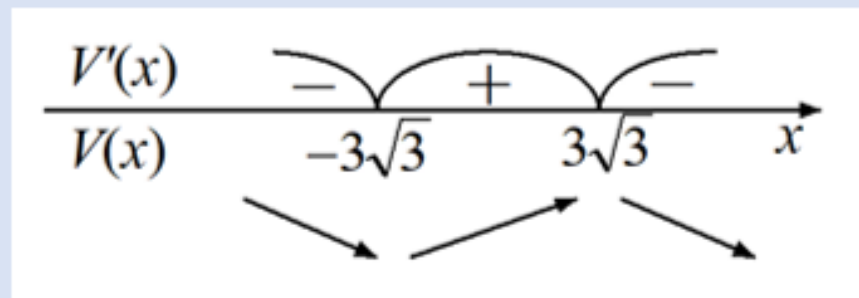
$$V'(1) = 19,5\sqrt{3} > 0$$

$$V'(8) = -27,75\sqrt{3} < 0$$



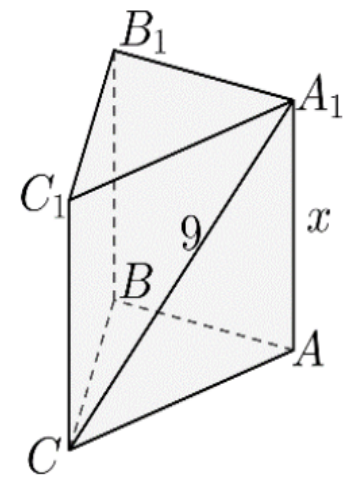
$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

2 pvz.



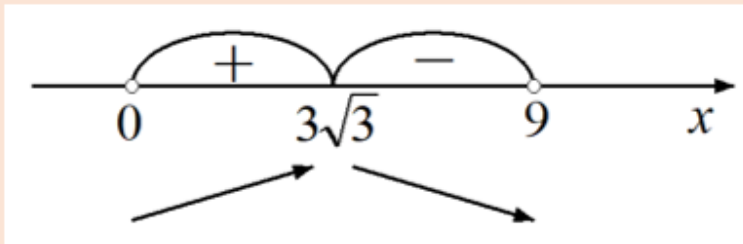
$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x \in (0; 9)$.

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)



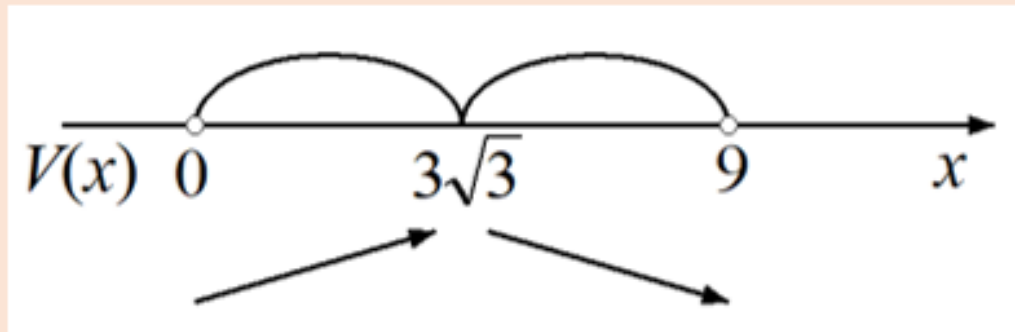
Grubios klaidos

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

2 pvz.



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

Apibrėžtinio integralo apskaičiavimas

Pastaba: skaičiuojant apibrėžtinio integralo reikšmę, turi būti nurodyta pirmyktė funkcija ir:

- skaitinys reiškiny su įrašytais rėžiais arba
- apskaičiuotos jos reikšmės atitinkamuose taškuose

Teisingas sprendimas

$$\begin{aligned}\text{Pvz. } \int_{-1}^1 (x + 2) dx &= \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^1 = \\ &= \frac{1^2}{2} + 2 - \left(\frac{(-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) \right) = 4.\end{aligned}$$

Grubios klaidos

$$\int_{-1}^1 (x + 2) dx = 4, \text{ nes } F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + C.$$

Negrubios klaidos

$$\begin{aligned}8 \text{ pvz. } \int_{-1}^1 (x + 2) dx &= 4, \text{ nes } F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x \\ \text{ir } F(1) &= 2,5\end{aligned}$$

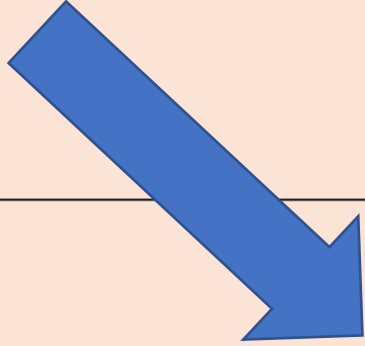
8.4.2. Vieno karto taisyklės taikymo pavyzdžiai

Vieno karto taisyklė
([pavyzdžiai pateikti 8.4.2. punkte](#))

Jei neteisingas simbolis panaudotas 1 kartą iš vieno ir nėra kaip nustatyti ar būtų gautas teisingas atsakymas.

Jei neteisingas simbolis panaudotas 1 kartą iš vieno, bet atsakymas teisingas.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $A \cup B = 2; 4$	Nustatykite aibių A ir B sankirtą $A \cap B$, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $A \cup B = \{2; 4\}$
Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$. <u>Ats.</u> $A \in (0; 1]$ <u>Ats.</u> $A \cup B \in (0; 1]$	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $2; 4$
	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$. <u>Ats.</u> $A \cap B \in (0; 1]$ arba $x \in (0; 1]$



1 pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = x-1 = 1-x$.	1 pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = -x-1 = 1-x$.
1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5$ 2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8$	1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5 = 2^5 = 32$ 2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8 = \lg 10 = 1$
1 pvz. $\int_0^1 (x+2) = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$	1 pvz. $\int 2x \, dx = x^2 + C, C \in \mathbb{Z}$ 2 pvz. $\int_0^1 x + 2 \, dx = \frac{x^2}{2} + 2x \Big _0^1 =$ 3 pvz. $\int_0^1 (x+2) = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 4 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$ 5 pvz. $(x+2)dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 6 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 7 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$

50 % taisyklė (taikoma jei tas pats simbolis kartojamas nemažiau kaip 4 kartus)
([pavyzdžiai pateikti 8.4.3. punkte](#))

Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami/ įrašomi nereikalingai/ įrašomi klaidingai daugiau nei 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas.
Pastaba: Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustui ar simboliui rašymo klaidos skaičiuojama atskirai.

Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami/ įrašomi nereikalingai/ įrašomi klaidingai ne daugiau nei 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas.
Pastaba: Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustui ar simboliui rašymo klaidos skaičiuojama atskirai.

Grubios klaidos

Negrubios klaidos

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = AB + BC + CD + DE = \overrightarrow{AE}.$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + BC + CD + DE = AE.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 \square + \sin \cos + \cos^2 \square)}{1 + \sin \cos} + \cos x =$$

$$\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x =$$

$$\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \square \cos \square)}{1 + \sin \square \cos \square} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$$

$$\cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos x = \sin x - \cos x +$$

$$\cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$$

$$\cos x = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x = \sin x - \cos x +$$

$$\cos x = \sin x.$$

$$\int (x^2 + 1)^2 dx = \int (x^2 + 1)(x^2 + 1) = \int x^4 + 2x^2 + 1 =$$

$$= \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$$

$$\int \frac{x-1}{x^2+x-2} dx = \int \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \int \frac{\cancel{x-1}}{(\cancel{x-1})(x+2)} = \int \frac{1}{x+2} dx =$$

$$= \ln |x + 2| + C$$

Esminės sampratos taisyklė ([pavyzdžiai pateikti 8.4.4. punkte](#))

Neteisingai vartojama matematinė kalba, aprašanti esmines, žemiau išvardintas sampratas:

1. Vartojamas išvestinės ženklas vietoj integralo ir atvirkščiai
2. Painiojami vektoriaus ir jo ilgio simboliai
3. Kampo didumas maišomas su jo sinusu, kosinusu ar tangentu.

8.4.4. Esminės sampratos taisyklės taikymo pavyzdžiai

Grubios komunikavimo klaidos

1 pvz. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \mathbf{60^\circ} = 1.$$

2 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ,$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

3 pvz. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \cos \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \mathbf{60^\circ},$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

- **5.5. Klaidomis nelaikomi užrašai** ([pavyzdžiai pateikti 8.5. punkte](#))
- Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir/arba naudojami skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
- Klaidos, kurios atsiranda jei mokinys įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.
- Kvadratinės lygties neigiamo sprendinio neužrašymas realaus turinio ir/arba geometriniuose uždaviniuose nėra laikomas klaida.
- Sprendžiant trigonometrines lygtis ar nelygybes bent vieną kartą sprendime ir/ar atsakyme būtina nurodyti, kad $k \in \mathbb{Z}$. Šios sąlygos nenurodymas kiekviename lygties/nelygybės sprendimo žingsnyje nėra laikomas klaida.
- Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo, didėjimo mažėjimo intervalai su sąjungos ženklu ar uždariais galais nelaikoma klaida.
- Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui (trupmenai).
- Praleista nereikšminga sprendimo dalis (**jei ji nevertinama atskiru tašku**).

8.5. Klaidomis nelaikomi užrašai

Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir/arba naudojami skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.

$\log x$; $\tan x$; $\cos^{-1}(0,5)$; 2^3

Klaidos, atsiradusios jei mokinys įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.

Pavyzdžiui: Išspręskite lygtį $\sqrt{6-x} = -x$.

Sprendimas.

$$(\sqrt{6-x})^2 = (-x)^2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$x_1 = -3, x_2 = 2.$$

Atsakymas. -3 .

Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo nelaikoma klaida. Intervale skaičiai atskiriami kableliu nelaikoma klaida (jei aiškiai matoma, kokie skaičiai atskirti, t.y.jie sveikieji arba padėtas tarpas)

Pvz. (2; 5); (6; 8).

(2; 5) ir (6; 8);

(2; 5) arba (6; 8).

(2,5) arba (6,8).

Pvz. (2,2, 3,2)

Situacija, kai neaišku kokie skaičiai atskiriami kableliais pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5)

Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui.

1 pvz. $0,28 = 28\%$

2 pvz. $200 \cdot 5\% = 10$; $200 - 10 = 190$

3 pvz. $200 - 200 \cdot 5\% = 190$

Taško koordinatų atskyrimas kableliu nelaikoma klaida, jei yra aišku, kokie skaičiai atskirti.

(2,3); (2,3, 5).

Situacija, kai neaišku kokie skaičiai atskiriami kableliais, pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5)

Sinuso, kosinuso, tangento kampas susidedantis iš vieno skaičiaus ar simbolio gali būti rašomas skliausteliuose arba ne. Abu užrašai nelaikomi klaida

$\sin x$; $\sin(x)$; $\sin 2x$

Apibrėžimo arba reikšmių srities užrašymas naudojant skirtingus žymėjimus

$D(f) = (4; 6)$; $D_f = (4; 6)$; $D = (4; 6)$; $D(f): x \in (4; 6)$; $D(f): (4; 6)$; $D: (4; 6)$.

$E(f) = (4; 6)$; $E_f = (4; 6)$; $E = (4; 6)$; $E(f): x \in (4; 6)$; $E(f): (4; 6)$; $E: (4; 6)$.

Išplėstinio kurso programoje $\arcsin a$, $\arccos a$, $\arctg a$ apibrėžiamas kaip skaičius, tačiau jo apskaičiavimas laipsniais nelaikomas klaida.

1 pvz. (Išplėstinis kursas) $\arcsin(-0,5) = -30^\circ$

Nelygybės sprendiniai gali būti užrašomi nelygybe arba intervalu (jei sąlygoje nenurodomas užrašymo būdas)

Prastinant reiškinių lygybės ženklai dedami tik vienoje pusėje

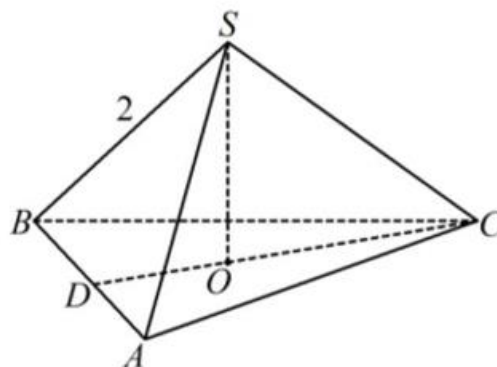
$$\begin{aligned} 1 \text{ pvz. } & \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} \\ &= \sqrt{x}+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ pvz. } & \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \\ & \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} = \\ & \sqrt{x}+2 \end{aligned}$$

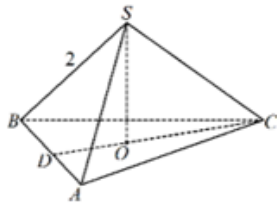
**2025 VBE probleminio uždavinio (18.1 ir 18.2)
vertinimo aptarimas**

18. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė⁹ $SABC$, kurios pagrindas yra ABC , o šoninės briaunos ilgis lygus 2.

18.1. Piramidės aukštinės SO ilgį pažymėkime x (čia $x \in (0; 2)$), o piramidės pagrindo kraštinės ilgį pažymėkime y . Išreikškę y per x , parodykite, kad piramidės tūrį¹⁰ galima apskaičiuoti pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$.



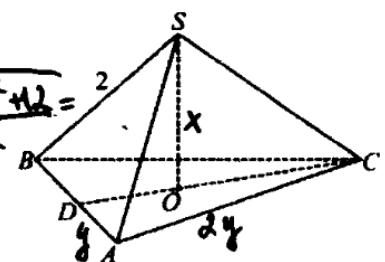
(3 taškai)

18.1		3	
Pažymėkime, $AB = BC = AC = y$, tuomet $AD = BD = \frac{y}{2}$. $\triangle ACD$ taikome Pitagoro teoremą: $CD = \sqrt{y^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{y\sqrt{3}}{2}$. $CO = \frac{2}{3} \cdot \frac{y\sqrt{3}}{2} = \frac{y\sqrt{3}}{3}$ (pusiaukraštinių savybė).		1	Už teisingą CD ir CO išreikšimą per pagrindo kraštinę arba per piramidės <u>aukštinę</u> .
$\triangle SOC$ taikome Pitagoro teoremą: $SO^2 + CO^2 = SC^2$ $x^2 + \left(\frac{y\sqrt{3}}{3}\right)^2 = 2^2$ $y = \sqrt{12 - 3x^2}$.		1	Už teisingą piramidės pagrindo kraštinės išreikšimą per piramidės aukštinę.
$V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SO$, $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{(\sqrt{12-3x^2})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{12} (12 - 3x^2) \cdot x$, $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$		1	Už teisingą pagrindimą.

18.1. Sprendimas

$$\begin{aligned}
 DC^2 &= 4y^2 - y^2 \\
 DC &= y\sqrt{3} \\
 BO &= \frac{2}{3} \cdot y\sqrt{3} = \frac{2y\sqrt{3}}{3} \quad \times \\
 V &= \frac{1}{3} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}(-3x^2 + 12)}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{-3x^3 + 12x}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} (-x^3 + 4x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4 - \frac{4}{3}y^2 &= x^2 \\
 y^2 &= \frac{-3x^2 + 12}{4} \\
 y &= \frac{\sqrt{-3x^2 + 12}}{2} \quad \times = \frac{\sqrt{3}(-3x^2 + 12)}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{\text{pagr.}} &= \frac{1}{2} \cdot y\sqrt{3} \cdot 2y = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3x^2 + 12}}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3x^2 + 12}}{2} =
 \end{aligned}$$


(3)

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 2 t

Sąlygoje nurodyta, kad kraštinę pažymėti y, o pažymėjo 2y

18.1. Sprendimas

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H ; SO = H = x$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot x$$

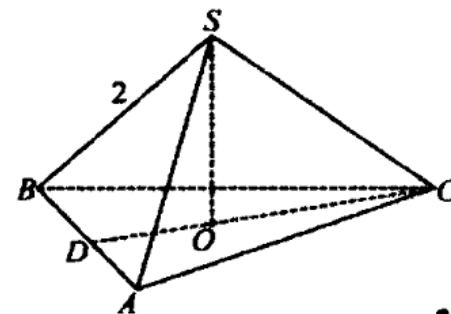
$$S = 24x$$

$$DO = \sqrt{y^2 - \frac{1}{4}y^2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{4}y^2}$$

$$SD = \sqrt{4 - \frac{1}{4}y^2} +$$

$$S = (24 - 6x^2) \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 24 - 6x^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot (24 - 6x^2) \cdot x = \frac{24x - 6x^3}{3}$$



$$y = 24 - 6x^2$$

$$x^2 = 4 - \frac{1}{4}y^2 - \left(\frac{1}{3} \sqrt{\frac{3}{4}y^2}\right)^2 = 4 - \frac{1}{4}y^2 - \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot y\right)^2 = 4 - \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{12}y^2 = 4 - \frac{1}{6}y^2 ; x^2 = 4 - \frac{1}{6}y^2 ; -\frac{1}{6}y^2 = \frac{x^2 - 4}{(-6)}$$

Pirmas vertintojas 1 t;
Antras vertintojas 0 t;
Trečias vertintojas 1 t

18.1.

Sprendimas

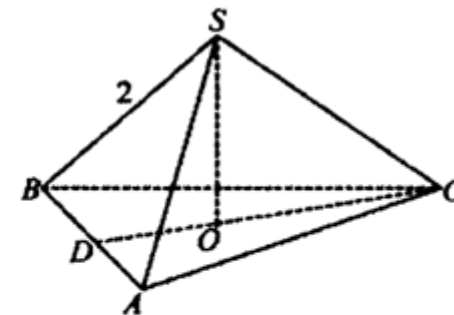
$$V = S_{\text{pusio}} \cdot h \cdot \frac{1}{3} = y^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot x \cdot \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{3}{2} OC \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$OC = \sqrt{2^2 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$y^2 = \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot (4 - x^2) = \frac{3}{1} \cdot (4 - x^2)$$

$$V = \frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 3} \cdot (4 - x^2) \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot x \cdot \frac{1}{3} = \frac{9 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3} \cdot (4 - x^2) \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$$



(3)

Pirmas vertintojas 3 t;
Antras vertintojas 1 t;
Trečias vertintojas 3 t

18.1.

Sprendimas

$$DS = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$DE = y \sin 60^\circ = \frac{y\sqrt{3}}{2}$$

$$DO = \frac{1}{3} DC = \frac{y\sqrt{3}}{6}$$

Pagal Pitagoro teoremą

$$SD^2 = DO^2 + SO^2$$

$$3 = \frac{y^2}{12} + x^2$$

$$3 - x^2 = \frac{y^2}{12}$$

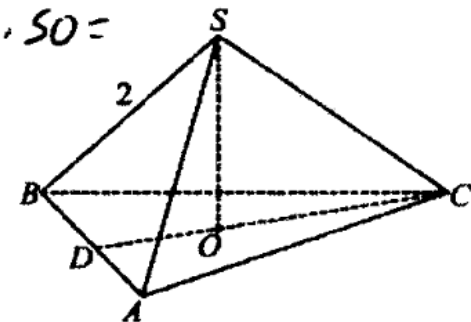
$$36 - 12x^2 = y^2$$

$$V = \frac{1}{3} S_p H = \frac{1}{3} \cdot \frac{BA \cdot DC}{2} \cdot SO =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{y\sqrt{3}}{2} \cdot x = \frac{xy\sqrt{3}}{12} =$$

$$= \frac{x\sqrt{3}(36 - 12x^2)}{12} =$$

$$= x\sqrt{3}(3 - x^2) = 3x\sqrt{3} - x^3\sqrt{3} = \sqrt{3}(3x - x^3)$$



(3)

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 2 t;

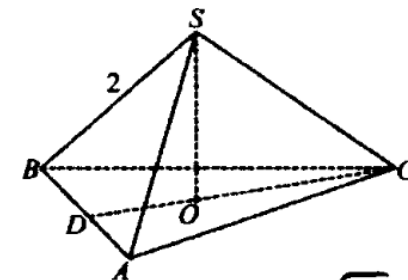
Trečias vertintojas 2 t

18.1.

Sprendimas $BO = \sqrt{4-x^2}$ $OC = BO$ $DO = \frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$

$$\times BD = \sqrt{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(4-x^2)3} +$$

$$DC = \frac{3}{2} \sqrt{4-x^2} + \quad S = \frac{3}{4} (4-x^2) \sqrt{3} \quad V = \frac{7}{3} \cdot SH \quad V = \frac{4x - x^3 \sqrt{3}}{4} \times (4x - x^3) \frac{\sqrt{3}}{4}$$



(3)

Pirmas vertintojas 0 t;
Antras vertintojas 3 t;
Trečias vertintojas 2 t

18.1.

$$SB = \sqrt{5^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{100 + 16}{9}}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$OP = \frac{1}{3} \sqrt{4^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{12}{4}} \checkmark$$

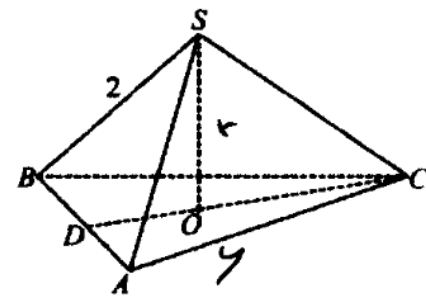
$$S = \frac{y}{2} \cdot cb = \frac{y^2}{4} \sqrt{3}$$

$$x^2 = \sqrt{50^2 - 40^2} = -\frac{40^2 + 48^2}{2}$$

$$CD = \sqrt{\frac{39^2}{4}} \checkmark$$

$$y^2 = -1 \left(\frac{12x^2 - 48}{4} \right) \checkmark^{12}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 \cdot \left(\frac{12x^2 - 48}{4} \right)}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (4x - x^3)$$



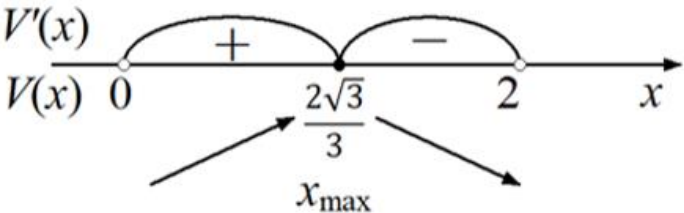
Pirmas vertintojas 3 t;

Antras vertintojas 0 t;

Trečias vertintojas 3 t

18.2. Nustatykite x reikšmę, su kuria piramidės tūris įgyja didžiausią reikšmę.

(3 taškai)

18.2		3	
	$V'(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)' = \frac{\sqrt{3}}{4} (4 - 3x^2)$	1	Už gautą teisingą $V'(x)$ išraišką.
	$V'(x) = 0,$ $4 - 3x^2 = 0,$ $x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ netinka} \right).$	1	Už teisingai gautą kritinį tašką.
	 <p>$Ats.: x_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$</p>	1	Už teisingą pagrindimą, kad kritinis taškas yra maksimumo taškas

18.2. Sprendimas

(3)

$$V(x) = \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}x^3}{8}$$

$$V'(x) = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}x^2}{4} =$$

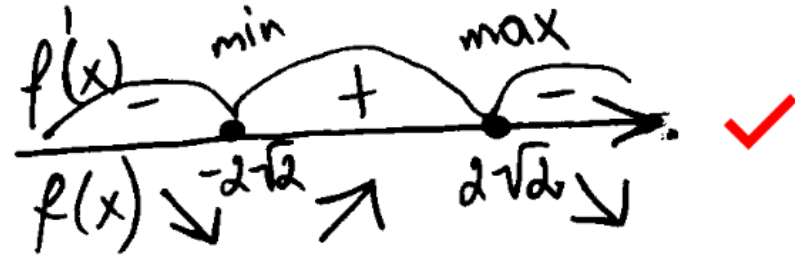
$$\frac{\sqrt{3}(8-x^2)}{8} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}(8-x^2)}{8} \quad \times$$

$$8-x^2=0$$

$$x=2\sqrt{2}$$

$$x=-2\sqrt{2} \quad \checkmark$$



Ats.: $x=2\sqrt{2}$

Pirmas vertintojas 2 t;

Antras vertintojas 2 t;

18.2. Sprendimas

(3)

$$U'(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3) \right)' = (\sqrt{3}x - \sqrt{3}x^3)' = \sqrt{3} - 3\sqrt{3}x^2$$

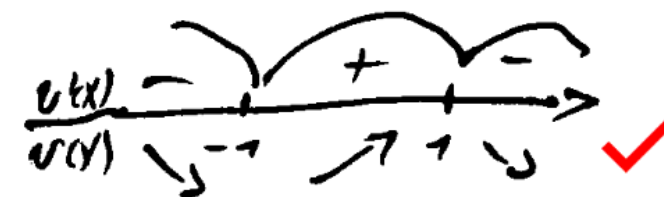
$$\sqrt{3} - 3\sqrt{3}x^2 = 0$$

$$-3\sqrt{3}x^2 = -\sqrt{3} \quad | :(-3\sqrt{3})$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1 \quad \checkmark$$

Ats.: didžiausią reikiamą įgyju bei $x=1$



$$x=1$$

Ats.: $x=1$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 2 t;

Trečias vertintojas 0 t

18.2. Sprendimas

(3)

$$V'(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3) \right)' = \left(\frac{4x\sqrt{3}}{4} - \frac{x^3\sqrt{3}}{4} \right)' = \left(x\sqrt{3} - \frac{x^3\sqrt{3}}{4} \right)' = \sqrt{3} - \frac{1}{4} \cdot x^3 \cdot \sqrt{3} =$$

$$= \sqrt{3} - \frac{1}{4} \cdot 3 \cdot x^2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} - \frac{x^2 3\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{3} - \frac{x^2 3\sqrt{3}}{4} = 0 \quad - \frac{x^2 3\sqrt{3}}{4} = -\sqrt{3} \quad | : (-1) \quad \frac{x^2 3\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \quad | : 4 \quad \underline{x^2 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \quad | : 3\sqrt{3} \quad x^2 = \pm \sqrt{\frac{1}{12}}}$$

$$x_1 = \frac{\sqrt{3}}{6} \quad x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{6} \quad x_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

Ats.: $x = \frac{\sqrt{3}}{6}$

Pirmas vertintojas 0 t;
Antras vertintojas 2 t;
Trečias vertintojas 1 t

18.2. Sprendimas (3)

$$V'(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3) \right) = (x\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} x^3) =$$

$$= \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 = 0 \quad | \cdot 4$$

$$4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} x^2 = 0 \quad | : \sqrt{3}$$

$$4 - 3x^2 = 0$$

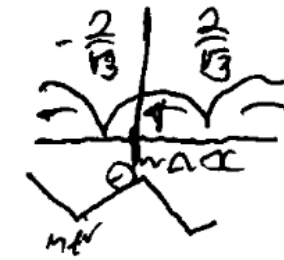
$$(2 - x\sqrt{3})(2 + x\sqrt{3}) = 0$$

$$2 = x\sqrt{3} \quad | : \sqrt{3}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

Ats.: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



Pirmas vertintojas 2 t;
 Antras vertintojas 1 t;
 Trečias vertintojas 2 t

18.2. Sprendimas

(3)

$$V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3) \quad V'(x) = (\sqrt{3} \cdot x - \frac{\sqrt{3}}{4} x^3)' =$$

$$= \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 = 0 \quad -\frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 = -\sqrt{3} \quad -3\sqrt{3} \cdot x^2 = -4\sqrt{3}$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{array}{c} V'(x) \quad - \quad + \quad \text{max} \quad - \\ V(x) \quad \searrow \quad -\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \nearrow \quad \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad \searrow \end{array}$$

$$\text{Ats.: } V(x)_{\text{max, kai } x} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Pirmas vertintojas 2 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t

1 Užduotis

18.1. Sprendimas

$$SD = \sqrt{5^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{y^2}{4}}$$

$$OD = \frac{1}{3} \sqrt{y^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3y^2}{4}}$$

$$x^2 = \overbrace{SD^2 - OD^2} = -\frac{4y^2 + 48}{12}$$

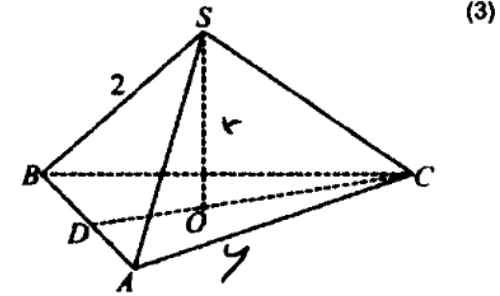
$$y^2 = -1 \left(\frac{12x^2 + 48}{4} \right)^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{3} SM$$

$$S = \frac{y}{2} \cdot cb = \frac{y^2}{4} \sqrt{3}$$

$$CD = \sqrt{\frac{3y^2}{4}}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{12x^2 + 48}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$$



Pirmas vertintojas 3 t;
Antras vertintojas 0 t;
Trečias vertintojas 3 t

18.1. Sprendimas

$$SD = \sqrt{5^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{y^2}{4}}$$

$$OD = \frac{1}{3} \sqrt{y^2 - \left(\frac{y}{2}\right)^2} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{3y^2}{4}}$$

$$x^2 = \overbrace{SD^2 - OD^2} = -\frac{4y^2 + 48}{12}$$

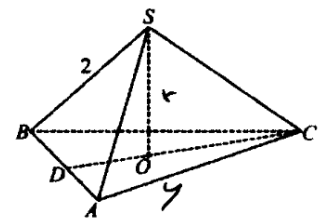
$$y^2 = -1 \left(\frac{12x^2 + 48}{4} \right)^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{3} SM$$

$$S = \frac{y}{2} \cdot cb = \frac{y^2}{4} \sqrt{3}$$

$$CD = \sqrt{\frac{3y^2}{4}}$$

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \frac{12x^2 + 48}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$$



2 Užduotis

18.1.

Sprendimas $V = \frac{1}{3} S_{\text{pagr}} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{y^2 \sqrt{3}}{4} \cdot x$

$$CD = \sqrt{y^2 - \frac{y^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4} y^2} = \frac{y}{2} \sqrt{3}$$

Kadaugi $ABCS$ – taisykliuogi piramide, tai $\triangle ABC$ – lygiakraštis, o CD – pusiauksštine, kuri aukštine x dalija santykiu 2:1.

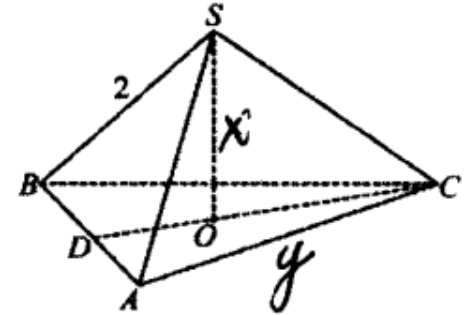
$$OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{y}{2} \sqrt{3} = \frac{y \sqrt{3}}{6}$$

$$x^2 + \frac{y^2 \cdot 3}{36} = H^2, \quad y^2 = 3(H^2 - x^2)$$

Tada:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3(H^2 - x^2) \sqrt{3}}{4} \cdot x = \frac{\sqrt{3}}{4} (H^2 x - x^3)$$

Parodyta.



(3)

Pirmas vertintojas 3 t;

Antras vertintojas 1 t;

Trečias vertintojas 3 t

3 Užduotis

18.1.

Sprendimas $V = \frac{1}{3}SH$ $DC = \sqrt{y^2 - \frac{y^2}{4}} = \frac{y\sqrt{3}}{2}$ $DC = 3a$ $\frac{y\sqrt{3}}{2} = 3a$

$H = x$

$S = AB \cdot DC = y \cdot DC$ $AB = y$

$S = \frac{y^2\sqrt{3}}{2} = \frac{(12 - 3x^2) \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot x^2}{2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot x^2}{2} \cdot x = \frac{12\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}x^3}{6} =$
 $= \frac{3\sqrt{3}(4x - x^3)}{6} = \frac{\sqrt{3}(4x - x^3)}{2}$

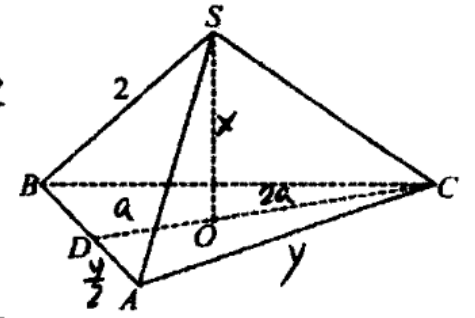
$2a = OC = \frac{y\sqrt{3}}{3}$

$OC = \sqrt{4 - x^2}$

$\frac{y\sqrt{3}}{3} = OC$

$y = \sqrt{3} \cdot OC$

$y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{12 - 3x^2}$



18.1.

Sprendimas $V = \frac{1}{3}SH$ $DC = \sqrt{y^2 - \frac{y^2}{4}} = \frac{y\sqrt{3}}{2}$ $DC = 3a$ $\frac{y\sqrt{3}}{2} = 3a$

$H = x$

$S = AB \cdot DC = y \cdot DC$

$AB = y$

$S = \frac{y^2\sqrt{3}}{2} = \frac{(12 - 3x^2) \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot x^2}{2}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot x^2}{2} \cdot x = \frac{12\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}x^3}{6} =$
 $= \frac{3\sqrt{3}(4x - x^3)}{6} = \frac{\sqrt{3}(4x - x^3)}{2}$

$\frac{y\sqrt{3}}{2} = 3a$

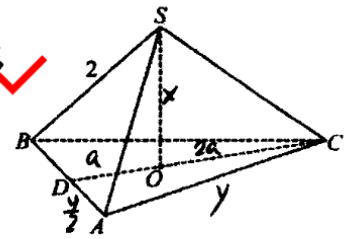
$2a = OC = \frac{y\sqrt{3}}{3}$

$OC = \sqrt{4 - x^2}$

$\frac{y\sqrt{3}}{3} = OC$

$y = \sqrt{3} \cdot OC$

$y = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4 - x^2} = \sqrt{12 - 3x^2}$



Pirmas vertintojas 0 t;
 Antras vertintojas 2 t;
 Trečias vertintojas 2 t

4 Užduotis

18.1. Sprendimas

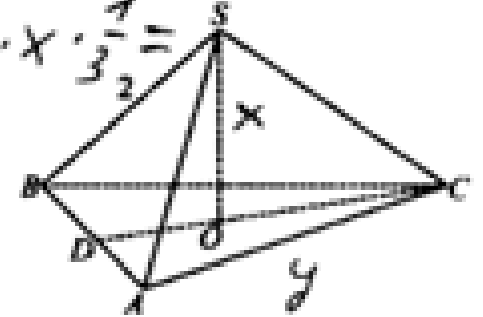
$$CO = \sqrt{2^2 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$DC = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{4 - x^2}$$

~~$$y = \sqrt{(4 - x^2)^2 - \left(\frac{4 - x^2}{2}\right)^2} \cdot 2$$~~

$$y = \sqrt{(4 - x^2)^2 - \left(\frac{4 - x^2}{2}\right)^2} \cdot 2 = \sqrt{\frac{12 - 3x^2}{4}} \cdot 2$$

$$V = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{12 - 3x^2}{4}} \cdot 4 \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3)$$



(3)

Pirmas vertintojas 0 t;
Antras vertintojas 3 t;
Trečias vertintojas 3 t

18.1.

Sprendimas

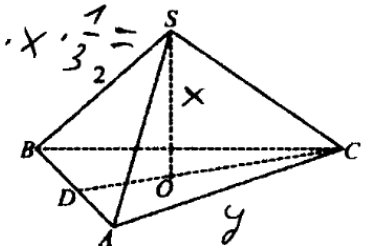
$$CO = \sqrt{2^2 - x^2} = \sqrt{4 - x^2}$$

$$DC = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{4 - x^2} \quad \checkmark$$

~~$$y = \sqrt{(4 - x^2)^2 - \left(\frac{4 - x^2}{2}\right)^2} \cdot 2$$~~

$$y = \sqrt{(4 - x^2)^2 - \left(\frac{4 - x^2}{2}\right)^2} \cdot 2 = \sqrt{\frac{12 - 3x^2}{4}} \cdot 2 \quad \checkmark$$

$$V = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{12 - 3x^2}{4}} \cdot 4 \right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} (4x - x^3) \quad \checkmark$$



(3)

5 Uždavotis

18.2. Sprendimas $V(x)$ didžiausias, kai $V'(x)$ didžiausias

(3)

$$V(x) = \sqrt{3}x - \frac{x^3\sqrt{3}}{4}$$

$$V'(x) = \sqrt{3} - \frac{3x^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\sqrt{3} - \frac{3x^2\sqrt{3}}{4} = 0$$

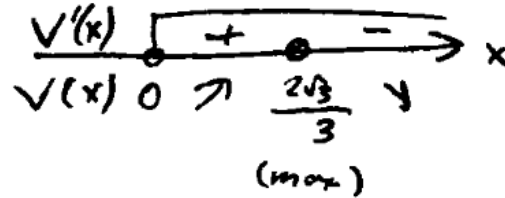
$$\frac{3x^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

$$\frac{3x^2}{4} = 1$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$x > 0$$



Ats.: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Pirmas vertintojas 2 t;

Antras vertintojas 3 t;

Trečias vertintojas 3 t

6 Užduotis

18.2. Sprendimas

(3)

$$V'(x) = 0$$

$$V'(x) = x\sqrt{3} - \frac{x^3\sqrt{3}}{4}$$

$$\cancel{V'(x) = 0}$$

$$0 = x\sqrt{3} - \frac{x^3\sqrt{3}}{4}$$

$$x^2 = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ats.: } x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 1 t;

Trečias vertintojas 0 t

7 Užduotis

18.2. Sprendimas

$$V'(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (4x - 4x^3) = \frac{\sqrt{3}}{1} - \frac{3x^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$V'(x) = 0 = \sqrt{3} - \frac{3x^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 0$$

$$x = 1,1547$$

Ats.: $x = 1,1547$

Pirmas vertintojas 0 t;

Antras vertintojas 1 t;

Trečias vertintojas 1 t

8 Užduotis

18.2. Sprendimas

(3)

$$V(x)' = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (x - \frac{\sqrt{3}}{4} x^3) \right)' = \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} x^2 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ retinba

$$\text{Ats.: } x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Pirmas vertintojas 2 t;

Antras vertintojas 1 t;

Trečias vertintojas 2 t

Turinio minimumo (slenkstinio lygio) aprašo
apžvalga

Matematikos bendrosios programos slenkstinio pasiekimų lygio (mokymosi turinio minimumo) aprašo paskirtis:

- Išskirti būtiną matematikos ugdymo programos turinio dalį, kurią privalo būti įsisavinęs mokinys, pasiekęs slenkstinį pasiekimų lygį (toliau – slenkstinis lygis).
- Padėti mokytojams suprasti, ką kiekvienoje srityje turi mokėti mokinys, pasiekęs slenkstinį lygį, kad galėtų gauti ne mažesnę kaip 4 balų įvertinimą.
- Siekti, kad vertinimas būtų aiškus, objektyvus ir vienodas visose mokyklose.
- Užtikrinti nacionalinių švietimo standartų ir realaus pasiekimų vertinimo mokyklose sąsajas.
- Suteikti galimybes mokytojams kryptingai planuoti ir tobulinti ugdymo procesą, numatyti aukštesnius lūkesčius visiems mokiniams, o ne tik tiems, kurių didelis mokymosi potencialas, taip pat teikti veiksmingą pagalbą pagrindinio lygio nepasiekiantiems mokiniams.
- Pateikti aiškias gaires mokytojams, ką būtina įtvirtinti, kad mokiniui būtų galima mokytis sudėtingesnių temų ir įgyti gebėjimų, prieš pereinant prie sudėtingesnių temų ar aukštesnių gebėjimų.
- Pateikti uždavinių pavyzdžių, kurie padėtų rengti slenkstinio lygio užduotis, skirtas naudoti ir ugdymo procese, ir vertinimui

Slenkstinio lygio uždaviniuose vyrauja **gerai pažįstamas kontekstas**, tiesioginis informacijos pateikimo būdas, tiesioginis klausimas, **vieno žingsnio atlikimo reikalaujanti užduotis**.

(*Pastaba*. Vienas žingsnis ne visais atvejais yra vienas veiksmas. Pavyzdžiui, kvadratinės lygties sprendimas 9 klasėje gali būti suprantamas kaip trys žingsniai, tačiau 11–12 klasėse tai bus vienas žingsnis.)

Jei uždaviniui išspręsti reikia kelių žingsnių, uždavinys **turėtų būti skaidomas į dalis (struktūruojamas)** ir taškai skaičiuojami už kiekvieną dalį atskirai. Slenkstinio lygio uždaviniuose kiekviena tokia dalis turėtų būti išskirta atskiru klausimu. Atsižvelgiant į programą, sprendžiantiems šiuos uždavinius mokiniams **gali būti siūloma pagalba:**

- a) siūlymas naudotis skaičiuotuvu;
- b) pastaba, užuomina į galimą sprendimo būdą (nukreipianti klausimo formuluotė);
- c) pateikiama formulė ar taisyklė;
- d) brėžinys ar piešinys.

- Apraše pateikiama tik **dalis** turinio minimumą atspindinčių uždavinių. Gali būti ir kitokių uždavinių, kurie atitinka turinio minimumo ir slenkstinio lygmens reikalavimus.
- **Slenkstinio lygio geometrijos uždaviniai per kontrolinius darbus ir kitus patikrinimus turi būti pateikiami su brėžiniais, visi sąlygoje minimi ir ieškomi elementai parodyti brėžinyje. Šiame apraše norima tik iliustruoti užduoties pobūdį, todėl ne visi uždaviniai pateikti su brėžiniais. Tačiau per pasiekimų patikrinimus brėžiniai slenkstinio lygio uždaviniams būtini.**

11 KLASĖ (A ir B lygiai)

Pastaba. Aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma **tik** A lygiui, yra pažymėta pilka spalva.

SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI		
Turinio minimumas	A ir B lygių pavyzdžiai	Tik A lygio pavyzdžiai
1. Skaičių aibės		
1.1. Atskiria natūraliuosius, sveikuosius, racionaliuosius, iracionaliuosius, realiuosius skaičius. (Skaičiai gali būti tokie, kad norint atskirti reikia atlikti kokį nors elementarų veiksmą.)	1.1.1. Kuris iš duotųjų skaičių yra racionalus? A. $-2,3$ B. π C. $\sqrt{3}$ D. $-2, (3)$	1.1.1. Kuris iš duotųjų skaičių yra racionalus? A. $-2,3$ B. π C. $\sqrt{9}$ D. $\lg 0,1$
1.2. Moka rasti skaičių aibių (N ; Z ; Q ; I ; R) sąjungą, sankirtą ir skirtumą.	1.2.1. Kurie du teiginiai apie skaičių aibes yra teisingi? A. $N \cap Z = N$ B. $Z \cap Q = Q$ C. $Q \cap R = R$ D. $R \cup Q = I$ E. $N \cap R = N$	1.2.1. Kurie du teiginiai apie skaičių aibes yra teisingi? A. $N / Z = Z$ B. $Z \cap Q = Q$ C. $Q \cap R = Q$ D. $R / Q = I$
1.3. Moka rasti diskrečiųjų baigtinių aibių sąjungą, sankirtą ir skirtumą.	1.3.1. Yra žinoma, kad aibė $A = \{1;2;3;4;5;6\}$, o aibė $B = \{3;4;8;9\}$. Raskite: a) $A \cap B$; b) $A \cup B$.	1.3.1. Yra žinoma, kad aibė $A = \{1;2;3;4;5;6\}$; o aibė $B = \{3;4;8;9\}$. Raskite $\frac{A}{B}$.

<p>1.4. Moka rasti intervalų sąjungą ir sankirtą.</p>	<p>1.4.1. Yra žinoma, kad $A = [2; 8]$, o $B = [6; 10]$. Raskite:</p> <p>a) $A \cap B$; b) $A \cup B$.</p>	
<p>1.5. Moka atpažinti dviejų aibių, kurios pavaizduotos Veno diagramomis, sankirtą, sąjungą ir skirtumą.</p>	<p>1.5.1. Kurioje diagramoje nuspalvinta aibė $C = A \cap B$?</p> <div data-bbox="894 425 1523 668"> </div>	<p>1.5.1. Kurioje diagramoje nuspalvinta aibė $C = \frac{B}{A}$?</p> <div data-bbox="1702 468 2331 711"> </div>
<p>2. Realiojo skaičiaus modulis</p>		
<p>2.1. Moka apskaičiuoti skaičiaus modulį. Supranta jo geometrinę prasmę. Apskaičiuoja paprasčiausių skaitinių reiškinių su modulių reikšmę. Traukia šaknį iš kvadrato, kai po šaknimi yra vienas skaičius arba skaičių sumos ar skirtumo kvadratas. Žino modulio savybes, paprasčiausiais atvejais geba jas pritaikyti skaitiniams ir raidiniams reiškiniams. Moka supaprastinti paprasčiausią</p>	<p>2.1.1. Apskaičiuokite:</p> <p>a) $-3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3}$; b) $\frac{-8}{ -4 }$; c) $-3 \cdot \sqrt{(-2)^2}$; d) $1 - \sqrt{3}$; e) $\sqrt{(-1 - \sqrt{3})^2}$; f) $1 - \sqrt{3} - \sqrt{3}$.</p>	<p>2.1.1. Kurie teiginiai yra teisingi, jei $a, b \in \mathbb{R}$?</p> <p>A. $-a = a$ B. $\sqrt{(-a)^2} = a$ C. $\sqrt{(-a)^2} = a$ D. $-a + b = -b + a$ E. $-a - b = a + b$ F. $-a + b = a + b$</p> <p>2.1.2. Kai $x < 1$, tai $1 - x - x =$</p>

raidingą reiškinį su moduliu, kai yra nurodytas kintamojo reikšmių intervalas.

2.1.2. Skaičių tiesėje pažymėti skaičiai a, b, c, d . Kurios lygtys yra teisingos?



- A. $a = d$
- B. $a < c$
- C. $c < b$
- D. $a = d$

2.1.3. Kurie teiginiai yra teisingi?

- A. $|-3| = 3$
- B. $\sqrt{(-2)^2} = |2|$
- C. $\sqrt{(-2)^2} = 2$
- D. $|-3 + 5| = |-5 + 3|$
- E. $|-3 - 5| = |5 + 3|$
- F. $|-3 + 5| = |3 + 5|$

2.1.3. Suprastinkite reiškinį $|3 - x| + |x|$, kai $x < 0$.

- C. $|x| \leq 0$
- D. $|x| \geq 0$

2.2.3. Raskite mažiausią neigiamą sveikąjį nelygybės $|x| < 3$ sprendinį.

2.2.4. Išspręskite nelygybę $|x| - 3 \leq 0$.

2.2. Išsprendžia lygtį $|x| = a$; $|x| + a = 0$.

Išsprendžia nelygybes $|x| < a$; $|x| > a$; $|x| \leq a$; $|x| \geq a$; $|x| + a < 0$; $|x| + a > 0$; $|x| + a \leq 0$; $|x| + a \geq 0$.

2.2.1. Kuri lygtis neturi sprendinių?

- A. $|x| + 3 = 0$
- B. $|x| - 3 = 0$
- C. $|x| = \pi$
- D. $|x| = \sqrt{\pi}$

2.2.2. Kuri nelygybė neturi sprendinių?

- A. $|x| > 0$
- B. $|x| < 0$

3. Šaknys

3.1. Moka ištraukti n -tojo laipsnio ($n = 2; 3; 4$) šaknį ir apskaičiuoti paprasčiausių skaitinių reiškinių su šiomis šaknimis reikšmes. Taiko n -tojo laipsnio šaknų savybes – moka sudauginti, sudėti, atimti, padalyti to paties laipsnio šaknis, pertvarkyti skaitinius ir raidinius reiškinius.

Pastaba. Jei šaknis nėra kvadratinė, pošakniai – teigiamieji skaičiai (kintamieji), nenagrinėjami atvejai, kai būtinas modulis.

3.2. Moka skaitiniuose ir raidiniuose reiškiniuose panaikinti iracionalumą, kai vardiklyje yra vienanaris su kvadratine šaknimi, dvinaris su šaknimi, t. y. reiškinys $a + \sqrt{b}$, vienanaris su kubine šaknimi.

3.3. Moka įkelti teigiamąjį skaičių po kvadratine ir kubine šaknimi ir iškelti iš pošaknies (tik jei pošaknis ne didesnis kaip 100 skaičius).

3.4. Moka išskaidyti reiškinį $a - b$ daugikliais pagal kvadratų skirtumo formulę.

3.1.1. Apskaičiuokite:

- a) $\sqrt[3]{27} + 3\sqrt[3]{-8}$;
- b) $\sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{3}$;
- c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$;
- d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$;
- e) $\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{3}$;
- f) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + 2\sqrt[3]{8}$;
- g) $(-\sqrt[3]{2})^3 - \sqrt{(-2)^2}$.

3.2.1. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje.

- a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- b) $\frac{6}{3\sqrt{3}}$
- c) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$

3.3.1. Palyginkite:

- a) $\sqrt[3]{4}$ ir $\sqrt{4}$;
- b) $\sqrt{8}$ ir $2\sqrt{2}$;
- c) $2\sqrt[3]{4}$ ir $3\sqrt[3]{2}$.

3.1.1. Apskaičiuokite (čia $a > 0$):

- a) $\sqrt[3]{a} + 3\sqrt[3]{a}$;
- b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a}$;
- c) $\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a} + 2\sqrt[4]{a^3}$;
- d) $\sqrt[3]{8a} + \sqrt[3]{a}$;
- e) $\sqrt[5]{a} \cdot (\sqrt[5]{a^4} + \sqrt[5]{a^9})$.

3.2.1. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje.

- a) $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}$
- b) $\frac{a}{a + \sqrt{b}}$
- c) $\frac{6}{3\sqrt{a} + 3}$
- d) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$

3.4.1. Suprastinkite trupmenas:

- a) $\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$;
- b) $\frac{a - 1}{\sqrt{a} + 1}$.

5. Laipsnis su racionaliuoju rodikliu

5.1. Moka n -tojo laipsnio šaknį užrašyti laipsniu su racionaliuoju rodikliu ir atvirkščiai, kai yra požaknyje skaičius ir kintamasis. Paprasčiausiais atvejais taiko laipsnio su racionaliuoju rodikliu savybes, pertvarkydami skaitinius ir raidinius reiškinius.

5.1.1. Kuris skaičius lygus $\sqrt[3]{5}$?

A. $\sqrt{5}$ B. $5^{\frac{1}{2}}$ C. $3^{\frac{1}{5}}$ D. 5^3

5.1.2. $(2^{0,25})^2 =$

A. $\sqrt{2}$ B. $2^{2,25}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

5.1.3. $9 \cdot (\sqrt{3})^{-1} =$

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\frac{1}{\sqrt{27}}$

5.1.4. $\left(\sqrt[3]{2} \cdot 2^{\frac{1}{3}}\right)^3 =$

5.1.1. Užrašykite laipsniu $\sqrt[7]{a^2}$.

A. $a^{\frac{2}{7}}$ B. $a^{\frac{7}{2}}$ C. $\frac{2}{a^7}$ D. $\frac{7}{a^2}$

5.1.2. $a^{\frac{5}{3}} =$

A. $a^3\sqrt{a}$ B. $\sqrt[5]{a^3}$ C. $a^3\sqrt[2]{a^2}$ D. $a^2\sqrt[3]{a}$

5.1.3. $2 \cdot 3^{2a} =$

A. 6^a B. 36^a C. 18^a D. $2 \cdot 9^a$

5.1.4. $\left(\sqrt[2]{a} \cdot a^{\frac{1}{2}}\right)^3 =$

5.2. Moka dvinarį (sveikieji koeficientai, raidinė dalis – viena raidė) pakelti kubu.

5.2. Dvinarį pakelkite kubu.
 $(2a + 3)^3 =$

5.3. Moka rasti apytikslę laipsnio reikšmę, palyginti.

5.3.1. Palyginkite $\sqrt[5]{525}$ ir $\sqrt[4]{424}$.

6. Logaritmai

6.1. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo apibrėžimą. Atpažįsta dešimtainį logaritmą. Moka taikyti pagrindinę logaritmų tapatybę.

6.1.1. Nustatykite x reikšmę, su kuria teisinga lygybė $\log_x 2 = 2$.

6.1.2. Apskaičiuokite $2^{\log_2 13}$.

6.2. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo savybes skaitiniams ir raidiniams reiškiniams pertvarkyti (į abi puses):

- a) $\log_a c + \log_a d = \log_a(cd)$;
- b) $\log_a c - \log_a d = \log_a\left(\frac{c}{d}\right)$;
- c) $\log_a c^n = n\log_a(c)$ (n – natūralusis skaičius).

6.2.1. Apskaičiuokite $\log_8 2 + \log_8 4$.

6.2.2. Apskaičiuokite $\lg 2 + \lg 5$.

6.2.3. Suprastinkite $\frac{\lg 3}{\lg \sqrt{3}}$.

6.2.1. Apskaičiuokite $3a$, jei $\log_3 a = 2$.

6.2.2. Yra žinoma, kad $\log_3 a = 5$; $\log_3 b = 10$. Apskaičiuokite $\log_3(ab)$.

6.2.3. Apskaičiuokite $\log_3 2$, jei $\log_3 8 = a$.

6.2.4. Suprastinkite $\frac{\lg x}{\lg \sqrt{x}}$.

7. Sinusas, kosinusas ir tangentas

7.1. Moka nustatyti, kuriam koordinatų plokštumos ketvirčiui priklauso posūkio kampas. Kampų dydžius skaičiuoja laipsniais ir radianais. Supranta posūkio kampo sinuso, kosinuso apibrėžimus. Geba nustatyti posūkio

7.1.1. Vienetinio apskritimo taško A koordinatės yra $(-0,8; 0,6)$. Apskaičiuokite $\sin \alpha$.

7.1.1. Jei $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, tai

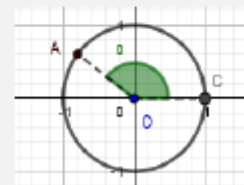
- A. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
- B. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

kampo sinusą, kosinusą ir tangentą, kai posūkio kampas pavaizduotas vienetiniame apskritime, ir žinoma taško, atitinkančio posūkio kampą koordinatės (bent viena koordinatė). Tangentą supranta kaip sinuso ir kosinuso santykį.



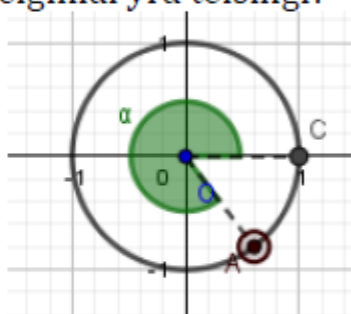
- C. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
- D. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

7.1.2. Vienetinio apskritimo taško A koordinatės yra $(-0,8; a)$. Apskaičiuokite $\sin \alpha$.



7.2. Geba nustatyti posūkio kampo sinuso, kosinuso ir **tangento** ženklus visuose koordinatinių plokštumos ketvirčiuose.

7.2.1. Vienetiniame apskritime atidėtas taškas A ir pažymėtas kampas α . Pagal brėžinio duomenis nustatykite šio kampo trigonometrinių reikšmių ženklus. Kurie teiginiai yra teisingi?



- A. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$
- B. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$
- C. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$
- D. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$

<p>7.3. Apskaičiuoja skaitinių reiškinių su sinusais, kosinusais, tangентаis reikšmes, kai kampai duoti laipsniais ir radianais.</p> <p>Moka tai atlikti ir realaus turinio situacijoje.</p>	<p>7.3.1. Apskaičiuokite:</p> <p>a) $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$; b) $2\operatorname{tg} 30^\circ \cos 30^\circ$; c) $\sin^2(30^\circ) + \cos^2(60^\circ)$.</p> <p>7.3.2. Palyginkite $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$ ir $2\operatorname{tg} 0^\circ$.</p> <p>7.3.3. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.</p> <p>7.3.4. Vertikalaus stulpo metamo šešėlio ilgį l galima apskaičiuoti pagal formulę: $l = h \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$, kai h – stulpo aukštis, α – kampo, kurį jis sudaro su saulės spindulys sudaro su žemės paviršiumi didumas. Apskaičiuokite 2 m stulpo šešėlio ilgį, kai kampas $\alpha = 60^\circ$.</p> <p>Pastaba. Toks uždavinys turėtų būti su brėžiniu.</p>	<p>7.3.1. Apskaičiuokite:</p> <p>a) $2\sin \frac{3\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}$; b) $2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6}$.</p> <p>7.3.2. Palyginkite $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$ ir $2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$.</p> <p>7.3.3. Duota funkcija $f(x) = \sin x - \cos(2x)$. Apskaičiuokite $(f(\frac{\pi}{2}))$.</p>
<p>7.4. Taiko pagrindinę trigonometrines tapatybes apskaičiuodami $\sin \alpha$ ($\cos \alpha$), $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę, kai duotas $\cos \alpha$ ($\sin \alpha$), $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$; $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.</p>	<p>7.4.1. Apskaičiuokite $\sin \alpha$ reikšmę, kai $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ir $270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.</p>	<p>7.4.1. Apskaičiuokite $\sin \alpha$ reikšmę, kai $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ir $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.</p>
<p>7.5. Žino savybes:</p> <p>a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;</p>	<p>7.5.1. Suprastinkite reiškinius:</p> <p>a) $\cos(370^\circ) - \cos(10^\circ)$; b) $\cos(360^\circ + \alpha) - \cos(\alpha)$; c) $\sin(360^\circ + \alpha) + \sin(\alpha)$;</p>	<p>7.5.1. Suprastinkite pateiktą reiškinį.</p> $\operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \operatorname{tg}\frac{\pi}{6}$ <p>7.5.2. Kuris teiginys yra teisingas?</p>

<p>c) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin(\alpha)$; d) $\cos(360^\circ + \alpha) = \cos(\alpha)$; e) $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$; f) $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$; g) $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$; h) $\operatorname{tg}(-\alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$; i) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin\alpha$; j) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos\alpha$.</p>	<p>d) $\sin(-\alpha) + \cos(-\alpha) + \sin(\alpha)$; e) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) - 1$.</p>	<p>A. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = 2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ B. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = 4\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ C. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ D. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$</p>
<p>7.6. Supranta skaičių $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$ apibrėžimus, moka patikrinti, ar su duotąja x reikšme šie skaičiai turi prasmę.</p>	<p>7.6.1. Apskaičiuokite: a) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; b) $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.</p> <p>7.6.2. Patikrinkite, kurie reiškiniai neturi prasmės. A. $\arcsin 2$ B. $\arccos 3$ C. $\arcsin 0,3$</p>	<p>7.6.1. Apskaičiuokite pateikto reiškinio reikšmę. $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$</p>
<p>7.7. Skaičiuotuvu apskaičiuoja apytiksles sinuso, kosinuso, tangento, $\arcsin a$, $\arccos a$, $\operatorname{arctg} a$ reikšmes, palygina skaičius.</p>	<p>7.7.1. Kurios nelygybės teisingos? A. $\cos 135^\circ < 0$ B. $\cos 270^\circ < 0$ C. $\sin 225^\circ < 0$ D. $\cos 315^\circ < 0$</p>	<p>7.7.1. Kurios nelygybės teisingos? A. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} < 0$ B. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} < 0$ C. $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} < 0$ D. $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} < 0$</p>

MODELIAI IR SĄRYŠIAI

8. Progresijos

8.1. Supranta aritmetinės ir geometrinės progresijų apibrėžimus, atskiria šias sekas. Sekos nariai gali būti laipsniai, šaknys.

8.1.1. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. 3; 6; 9; 12.
- B. 3; 6; 12; 24.
- C. 3; 6; 18.
- D. 3; 9; 27; 81.

8.1.2. Kuri iš šių sekų nėra baigtinė geometrinė progresija?

- A. 5; 10; 20; 40.
- B. -2; 4; -8; 16.
- C. -2; -4; -6; -8.
- D. -2; -4; -8; -16.

8.1.1. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$.
- B. $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$; $8\sqrt{2}$.
- C. $\sqrt{2}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{8}$.
- D. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{5}$.

8.1.2. Kuri iš šių sekų yra baigtinė geometrinė progresija?

- A. 2^{101} ; 2^{102} ; 2^{103} ; 2^{104} .
- D. 2^{101} ; 4^{101} ; 8^{101} ; 16^{101} .
- C. 2^{101} ; 2^{202} ; 2^{404} ; 2^{808} .
- D. 2^{101} ; 4^{202} ; 8^{404} ; 16^{808} .

8.1.3. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. $\sqrt{2}$; -2; $2\sqrt{2}$; -4.
- B. $\sqrt{2}$; 0; $-\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$.
- C. $\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$; $-6\sqrt{2}$.
- D. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4}$; $-\sqrt{5}$.

8.2. Moka apskaičiuoti bet kurį aritmetinės ar geometrinės progresijos narį, narių sumą, kai yra žinoma:

- a) n -tojo nario formulę;
- b) pirmasis narys ir skirtumas ar vardiklis;

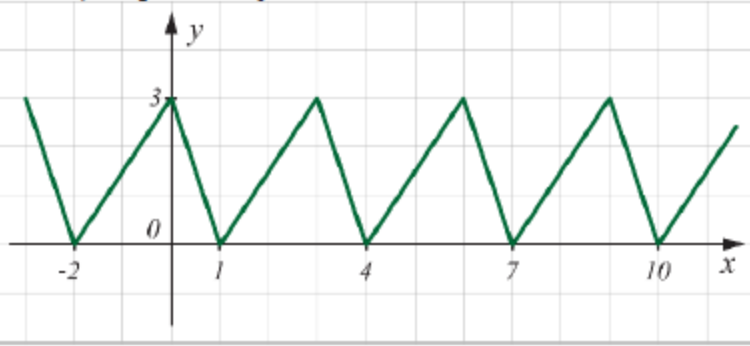
8.2.1. Sekos bendrasis narys užrašomas formule $a_n = 3 + 6n$. Apskaičiuokite šios sekos 5-ąjį narį.

8.2.2. Sekos n -tasis narys $b_n = 2^n$. Apskaičiuokite b_4 .

8.2.1. Užrašykite 4-ąjį geometrinės progresijos $3; \sqrt{3}; 1; \dots$ narį.

8.2.2. Geometrinės progresijos pirmasis narys lygus a^2 , o jos vardiklis lygus a^3 . Koks šios progresijos 5-asis narys?

<p>c) pirmasis narys, o skirtumas ar vardiklis apibūdinti žodžiais ir progresija neįvardyta;</p> <p>d) keli pirmieji nariai.</p> <p>Sekos nariai gali būti laipsniai, šaknys. Geba tai padaryti ir realiame kontekste.</p>	<p>8.2.3. Užrašykite ketvirtąją geometrinės progresijos 3; 9; 27; ... narį.</p> <p>8.2.4. Apskaičiuokite geometrinės progresijos -5; 10; -20 pirmųjų dešimties narių sumą.</p> <p>8.2.5. Sekos pirmasis narys $a_1 = -18$, o kiekvienas narys, pradedant antruoju, yra 8 vienetais didesnis už prieš tai buvusįjį. Apskaičiuokite 156-ąją sekos narį.</p> <p>8.2.6. Sekos pirmasis narys $b_1 = 665526$, o kiekvienas narys, pradedant antruoju, yra 2 kartus mažesnis už prieš tai buvusįjį. Apskaičiuokite 10-ąją sekos narį.</p> <p>8.2.7. Tomas pradėjo taupyti: pirmą mėnesį jis sutaupė 150 eurų, o kiekvieną tolesnį mėnesį sutaupė 26 eurai daugiau negu praėjusįjį. Kiek Tomui pavyko sutaupyti per 12 mėnesių?</p> <p>8.2.8. Tomas už 1000 eurų nusipirko akcijų – jų vertė kas mėnesį kilo po 5 %. Kokia Tomo akcijų vertė buvo po metų? Atsakymą suapvalinkite iki šimtųjų.</p>	<p>A. a^2 B. a^{24} C. a^{14} D. a^{12} E. a^{17}</p>
<p>8.3. Moka, tiesiogiai taikydami aritmetinės progresijos n-tojo nario formulę, apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą. Geba patikrinti, ar skaičius yra aritmetinės progresijos narys.</p> <p>Moka, tiesiogiai taikydami aritmetinės progresijos n narių sumos formulę, apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą.</p>	<p>8.3.1. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos pirmąjį narį, jeigu jos 10-asis narys yra 20, o skirtumas lygus 2.</p> <p>8.3.2. Kuris skaičius yra sekos, kurios bendrojo nario formulė $a_n = 3 + 2n$, narys?</p> <p>A. 3 C. 18 B. 15 D. 22</p>	<p>8.3.1. Aritmetinės progresijos dešimties narių suma lygi 60, o šios progresijos skirtumas lygus 2. Apskaičiuokite progresijos 1-ąją narį.</p>

<p>8.4. Moka, tiesiogiai taikydami geometrinės progresijos n-tojo nario formulę, apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą. Geba patikrinti, ar skaičius yra geometrinės progresijos narys.</p> <p>Moka, tiesiogiai taikydami geometrinės progresijos n narių sumos formulę, apskaičiuoti narių sumą arba pirmąjį sekos narį.</p> <p>Gali tai padaryti ir realaus turinio kontekste.</p>	<p>8.4.1. Tomas nusipirko akcijų. Kasmet Tomo akcijų vertė kito 10 %. Už kokią sumą Tomas pirko akcijas, jei po 5 metų pardavė jas už 3221,02 euro?</p> <p>8.4.2. Geometrinės progresijos n-tojo nario formulė $b_n = b_1 \cdot 2^{n-1}$. Apskaičiuokite progresijos 1-ąjį narį, jei $b_7 = 160$.</p>	<p>8.4.1. Tomas per 7 dienas perskaitė įdomią knygą, kurioje yra 381 puslapis. Kiekvieną dieną jis perskaitydavo 2 kartus daugiau puslapių negu praėjusią dieną. Kiek puslapių Tomas perskaitė pirmąją dieną?</p>
<p style="text-align: center;">9. Funkcijos</p>		
<p>9.1. Supranta sąvokas ir pagal pateiktą funkcijos grafiką gali nustatyti:</p> <p>a) funkcijos lyginumą;</p> <p>b) periodą.</p> <p>Pastaba. Funkcijos apibrėžimo sritis, reikšmių sritis, didėjimo ir mažėjimo intervalai yra 9 klasės kurse, tačiau, plėtojant funkcijos sąvoką 11 klasėje, šios sąvokos labai svarbios, todėl įvairiuose kontekstuose gali būti sutinkamos ir 11 klasės kurse.</p>	<p>9.1.1. Nustatykite mažiausią teigiamą funkcijos periodą.</p> 	
<p>9.2. Moka iš analizinės išraiškos nustatyti paprasčiausių funkcijų $y = \sqrt{f(x)}$; $y = \frac{g(x)}{f(x)}$;</p>	<p>9.2.1. Nustatykite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{x-2}$;</p>	<p>9.2.1. Nustatykite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį:</p> <p>a) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$;</p>

$y = \log_a f(x)$ apibrėžimo sritis, kai $f(x)$ yra pirmojo laipsnio daugianaris.

Moka rasti funkcijų $f(x) = \sqrt{g(x)}$, $y = \frac{f(x)}{g(x)}$; $f(x) = \log_a g(x)$ apibrėžimo sritis, kai $g(x) = a^2 - x^2$ arba $g(x) = x^2 - a^2$.

b) $f(x) = \frac{2x-3}{3x-2}$;
c) $f(x) = \log_2(4-x)$.

b) $f(x) = \frac{2x-3}{4-x^2}$;
c) $f(x) = \log_2(4-x^2)$.

9.3. Supranta, atpažįsta ir moka atlikti šias grafiko transformacijas: $y = f(x) + a$; $y = f(x+a)$; $y = -f(x)$.

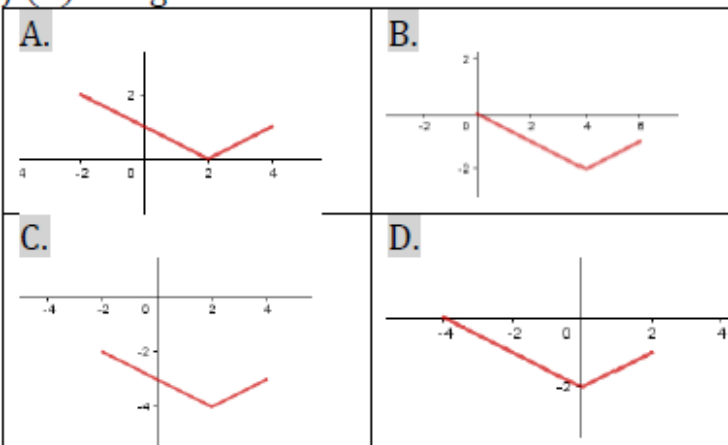
Pastaba. Tik viena transformacija.

Gali nustatyti transformuotų funkcijų apibrėžimo ir (ar) reikšmių sritį.

9.3.1. Paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Kuriame paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x) + 2$ grafikas?

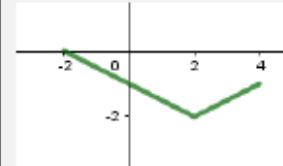


9.3.2. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



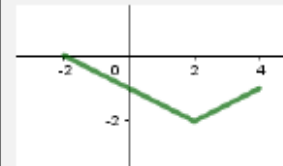
Raskite funkcijos $y = f(x) + 2$ reikšmių sritį.

9.3.1. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



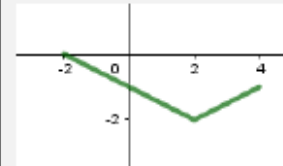
Nubrėžkite funkcijos $y = f(x-2)$ grafiką.

9.3.2. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Raskite funkcijos $y = -f(x)$ reikšmių sritį.

9.3.3. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Raskite funkcijos $y = f(x-3)$ apibrėžimo sritį.

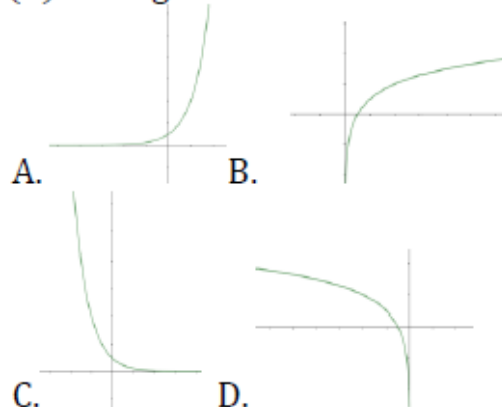
9.4. Moka nustatyti funkcijos reikšmę, kai yra žinoma argumento reikšmė ir atvirkščiai – tiek iš grafiko, tiek iš analizinės išraiškos. Žino šių funkcijų grafikus, savybes:

- a) $y = x^2$;
- b) $y = x^3$;
- c) $y = \sqrt{x}$;
- d) $y = \frac{1}{x}$;
- e) $y = a^x$;
- f) $y = \log_a x$;
- g) $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$.

Atpažįsta šių grafikų transformacijas: $y = f(x) + a$; $y = f(x + a)$; $y = -f(x)$. Geba iš grafiko rasti transformuotų funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis.

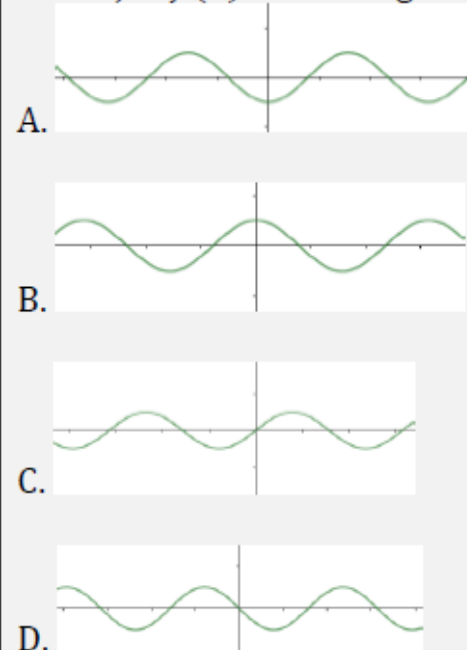
9.4.1. Apskaičiuokite funkcijos $\log_2(4 - x)$ reikšmę taške $x = -12$.

9.4.2. Kuriame paveiksle nubrėžtas funkcijos $f(x) = 2^x$ grafiko eskizas?

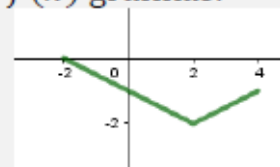


9.4.3. Funkcijos $f(x) = \log_2 x + a$ grafikas gautas, funkcijos $f(x) = \log_2 x$ grafiką perkėlus 3 vienetais aukštyn. Apskaičiuokite skaičiaus a reikšmę.

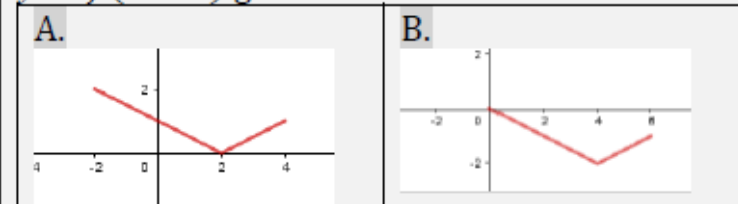
9.4.1. Kuriame paveiksle gali būti nubrėžtas funkcijos $f(x) = -\sin x$ grafiko eskizas?

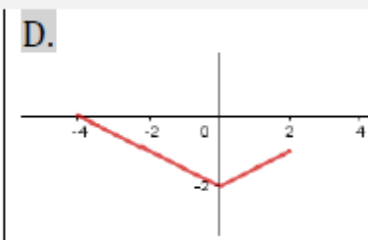
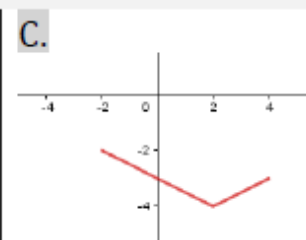
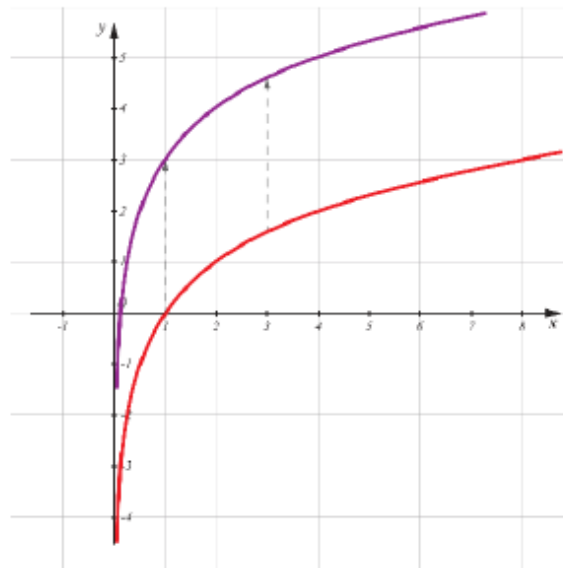


9.4.2. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.

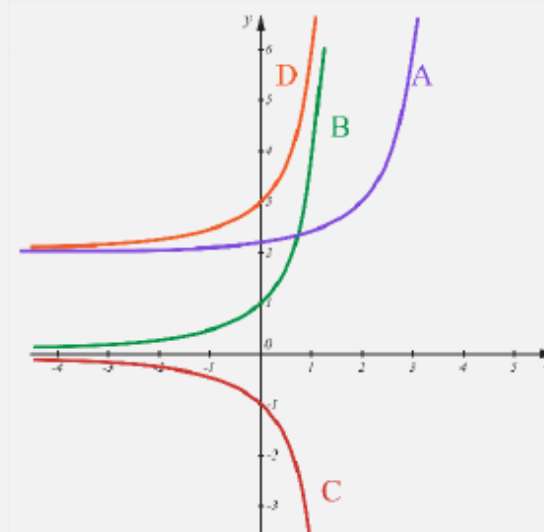


Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x - 2)$ grafikas?





9.4.3. Paveiksle skirtingomis spalvomis pavaizduoti keturių funkcijų grafikai (A–D). Kuris grafikas gali būti funkcijos $y = 2^x + 2$ grafikas?

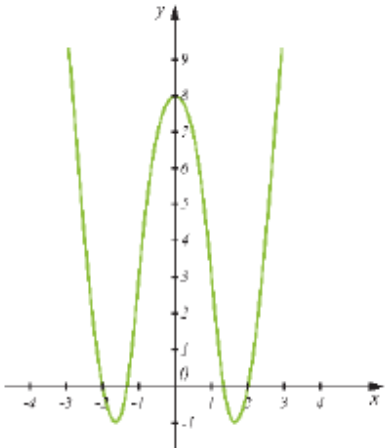
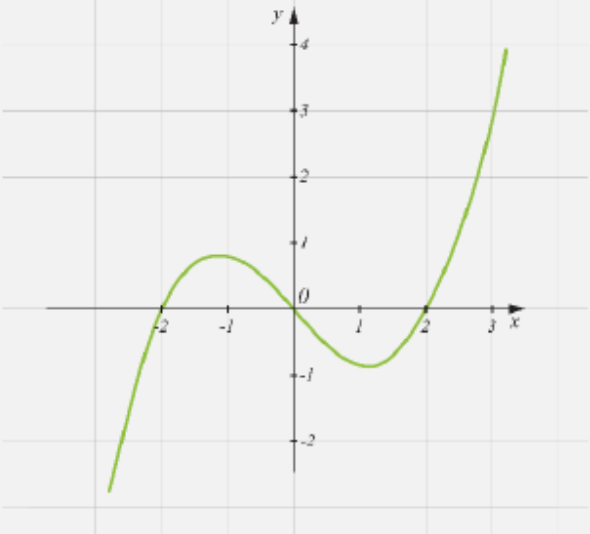


9.5. Pagal grafiką nustato lygties $f(x) = g(x)$ sprendinius arba sprendinių skaičių; nelygybių $f(x) > a$; $f(x) < a$ sprendinių intervalus. (Trigonometrinių lygčių ir nelygybių sprendinius nustato nurodytame intervale.)

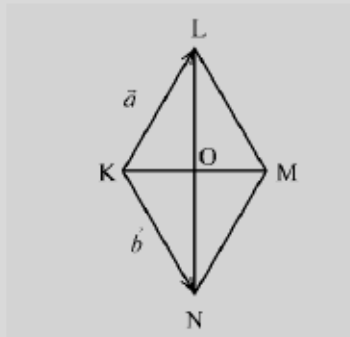
9.5.1. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Remdamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, atsakykite į klausimus.

- Kiek sprendinių turi lygtis $f(x) = 2$?
- Su kokia a reikšme lygtis $f(x) = a$ turi tris sprendinius?

9.5.1. Nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Užrašykite nelygybės $f(x) < 0$ sprendinių intervalą (-us).

<p>Gali rasti parametro a reikšmę, jei nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas ir yra žinomas lygties $f(x) = a$ sprendinių skaičius.</p>		
<p>9.6. Apskaičiuoja funkcijų reikšmes realaus turinio situacijose, kai visi kintamieji duoti, situacija yra artimo mokiniui konteksto ir aprašyta paprasčiausiu būdu.</p>	<p>9.6.1. Normalų vaiko kraujospūdį galima apskaičiuoti pagal formulę $p(x) = 25 \cdot \lg(2,5x) + 18$, kai x – vaiko svoris kilogramais. Apskaičiuokite vaiko, sveriančio 20 kg, kraujospūdį.</p>	
<p>9.7. Pagal grafiką arba be jo, kai duotas grafikui priklausantis taškas, randa anksčiau aprašytų funkcijų nežinomą koeficientą.</p>	<p>9.7.1. Funkcijos $y = a^x$ grafikas eina per tašką $(2; 8)$. Apskaičiuokite koeficiento a reikšmę.</p>	
<p style="text-align: center;">10. Lygtys</p>		
<p>10.1. Moka išspręsti lygtis:</p> <p>a) paprasčiausias racionaliąsias, pvz.:</p> $\frac{kx + b}{cx + d} = 0; \frac{x + b}{x + d} = a; \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 0;$	<p>10.1.1. Išspręskite lygtis:</p> <p>a) $\frac{2x - 4}{x + 3} = 0;$</p> <p>b) $\sqrt{2x - 1} = 4;$</p> <p>c) $x^4 = 4;$</p>	<p>10.1.1. Išspręskite lygtis:</p> <p>a) $\frac{x}{x - 2} = 2;$</p> <p>b) $\sqrt{x - 3} - 2 = 0;$</p> <p>c) $(2x + 3)^3 = 8;$</p>

<p>b) paprasčiausias iracionaliausias, pvz.: $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt[n]{f(x)} = a$, kai $f(x)$ – dvinaris $kx + b$, a – sveikasis skaičius (gali atsirasti paprasčiausias papildomas žingsnis); moka išspręsti lygtis $\sqrt{f(x)} =$ $\sqrt{g(x)}$, kai $f(x)$ ir $g(x)$ pirmojo laipsnio daugianariai;</p> <p>c) paprasčiausias laipsnines, pvz.: $x^n = a$; $ax^n + b = c$;</p> <p>d) $a^{kx+b} = c$, kai c yra a laipsnis; lygtį $a^{kx} = c$, kai c nebūtinai a laipsnis;</p> <p>e) $\log_a(kx + b) = c$; $\log_a(kx + b) =$ $\log_a(mx + n)$; nustato šios lygties apibrėžimo sritį;</p> <p>f) $f(x) = a$, kai a yra racionalusis skaičius.</p>	<p>d) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$;</p> <p>e) $2x^5 - 12 = 42$;</p> <p>f) $\log_2(2x - 1) = 2$;</p> <p>g) $\log_{0,2}(x - 1) = 1$;</p> <p>h) $25^{2x} = \frac{1}{5}$;</p> <p>i) $5^{2x} = \frac{1}{5}$;</p> <p>j) $3^{x-1} = \sqrt{3}$.</p>	<p>d) $2\sqrt{x-1} = 6$;</p> <p>e) $2^{2x+1} = \sqrt{8}$;</p> <p>f) $\sqrt[3]{x-2} = 3$;</p> <p>g) $\sqrt{x-2} = \sqrt{3x-14}$;</p> <p>h) $2^x = 3$;</p> <p>i) $x+3 = 3$.</p>
11. Nelygybės		
<p>11. Moka išspręsti nelygybes intervalų metodu:</p> <p>a) $\frac{x-a}{x-b} > 0$;</p> <p>b) $(x-a)(x-b) < 0$;</p> <p>c) $x^2 < a$;</p> <p>d) $x^2 - a^2 < 0$;</p> <p>e) $a^2 - x^2 < 0$.</p>	<p>11.1.1. Išspręskite nelygybes:</p> <p>a) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x} < 2$;</p> <p>b) $\log_2(x) < \log_2(3)$;</p> <p>c) $\lg(x) < \lg(2)$;</p> <p>d) $\frac{x-2}{x+3} > 0$;</p>	<p>11.1.1. Išspręskite nelygybes:</p> <p>a) $\log_2(2x+1) < \log_2 3$;</p> <p>b) $2^{2x+1} < 0,5$.</p>

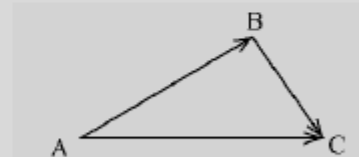
<p>Išsprendžia nelygybes:</p> <p>a) $a^{kx+b} < c$ (c – skaičiaus a sveikasis laipsnis);</p> <p>b) $\log_a(x) < \log_a(c)$;</p> <p>c) $\log_a(kx+b) < \log_a c$;</p> <p>d) $a^{kx+b} < c$;</p> <p>Pastaba. Gali būti bet kokie ženklai: <; >; ≤; ≥.</p>	<p>e) $\frac{1}{x} > 0$;</p> <p>f) $(x-3)(x+5) < 0$;</p> <p>g) $x^2 < 9$.</p>	
<p>12. Vektoriai (tik A lygis)</p>		
<p>12.1. Geba pagal brėžinį (nubrėžta geometrinė figūra su žinomais kampais) nustatyti kampo tarp vektorių didumą, kai vektoriai išeina iš vieno taško. Supranta lygių, priešingų, kolinearių vektorių sąvokas.</p>	<p>12.1.1. $KLMN$ – rombas, vienas jo kampas lygus 120 laipsnių.</p>  <p>Apskaičiuokite kampų tarp vektorių nurodytų didumus:</p> <p>a) \overrightarrow{KL} ir \overrightarrow{KN};</p> <p>b) \overrightarrow{KL} ir \overrightarrow{KM}.</p>	
<p>12.2. Moka apskaičiuoti vektorių skaliarinę sandaugą, kai yra žinomi jų ilgiai ir kampas tarp jų arba koordinatės. Geba rasti vektoriaus</p>	<p>12.2.1. Yra žinomi vektorių \vec{a} ir \vec{b} ilgiai: $\vec{a} = 3$; $\vec{b} = 5$. Kampas tarp šių vektorių lygus 60°. Apskaičiuokite šių vektorių skaliarinę sandaugą.</p> <p>12.2.2. Yra žinomos vektoriaus $\vec{a} = (2; 3)$ ir taškų $A(0; 1)$ ir $B(-1; 0)$ koordinatės. Apskaičiuokite:</p>	

koordinates, vektoriaus ilgį, kai yra žinomos jo pradžios ir pabaigos taškų koordinatės.

- a) vektoriaus \overrightarrow{AB} koordinatės;
- b) vektorių \vec{a} ir \overrightarrow{AB} skaliarinę sandaugą;
- c) vektoriaus \overrightarrow{AB} ilgį;
- d) kampo tarp vektorių \vec{a} ir \overrightarrow{AB} didumą.

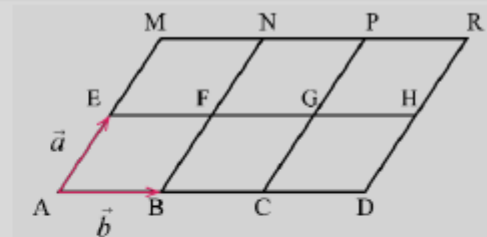
12.3. Randa dviejų vektorių sumą, skirtumą, sandaugą iš skaičiaus, brėžinyje (nubrėžtas lygiagretainis, trikampis ir ant kraštinių pažymėti vektoriai) ir kai žinomos šių vektorių koordinatės.

12.3.1. Nustatykite, kurios lygybės teisingos.



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
- C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$

12.3.2. Nustatykite, kuris vektorius lygus vektoriui $-2\vec{a}$.



- A. \overrightarrow{AM}
- B. \overrightarrow{PC}
- C. \overrightarrow{AP}
- D. \overrightarrow{AF}

12.4. Kai yra žinomos vektorių koordinatės, gali rasti skaliarinę sandaugą, nustatyti, ar vektoriai kolinearūs, ar statmeni. Gali rasti parametro reikšmę, su kuria vektoriai kolinearūs ar statmeni.

12.4.1. Yra žinoma, kad $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b} = (2; 3)$. Remdamiesi šia informacija, atlikite užduotis.

- a) Apskaičiuokite $\vec{a} - 2\vec{b}$.
- b) Nustatykite, su kuria m reikšme vektoriai $\vec{a} = (2; 3)$ ir $\vec{b} = (a; 3)$ yra statmeni.
- c) Su kuria m reikšme vektoriai $\vec{a} = (2; 5)$ ir $\vec{b} = (3; m)$ yra kolinearūs?

12 KLASĖ (A ir B lygiai)

Pastaba. Aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma **tik** A lygiui, yra pažymėta pilka spalva.

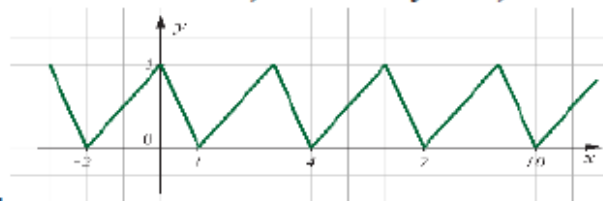
Turinio minimumas	A ir B lygių pavyzdžiai	Tik A lygio pavyzdžiai
MODELIAI IR SĄRYŠIAI		
1. Trigonometrinės lygtys ir nelygybės		
<p>1.1. Moka pertvarkyti paprasčiausius trigonometrinius reiškinius, taikydami formules:</p> <p>a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$;</p> <p>b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;</p> <p>c) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$;</p> <p>d) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin(\alpha)$; $\cos(360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$;</p> <p>e) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$;</p> <p>f) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$;</p> <p>Pastaba. Išvardytos savybės priklauso 11 (III gimnazijos) klasės kursui, tačiau jos įtvirtinamos kiek sudėtingesniuose kontekstuose.</p> <p>g) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$;</p> <p>h) $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$;</p> <p>i) $2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2\alpha$;</p> <p>j) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$.</p> <p>Pastaba. Vienaame uždavinyje ar jo dalyje taikomas ribotas formulų skaičius – gali būti dvi iš skirtingose eilutėse pateiktų formulų.</p>	<p>1.1.1. Suprastinkite reiškinius:</p> <p>a) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$;</p> <p>b) $\sin^2(3\alpha) + \cos^2(3\alpha) - 1$;</p> <p>c) $\sin(360^\circ + \alpha) - \sin(-\alpha)$;</p> <p>d) $\sin(380^\circ + \alpha) - \sin(\alpha + 20^\circ)$.</p>	<p>1.1.1. Suprastinkite reiškinius:</p> <p>a) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\cos(\alpha)}$;</p> <p>b) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(\alpha)}$;</p> <p>c) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cdot \cos \beta$.</p> <p>1.1.2. Apskaičiuokite pateikto reiškinio reikšmę.</p> $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12} =$

<p>1.2. Moka nustatyti, kuri lygtis $f(x) = a$ (kai $f(x) = \sin x$ arba $f(x) = \cos x$) turi, o kuri neturi sprendinių.</p> <p>Moka spręsti lygtis $\sin x = a$; $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, taikant sprendinių formulę ir sprendinius, užrašant laipsniais ir radianais.</p> <p>Moka nustatyti lygties sprendinių skaičių, rasti sprendinius, rasti didžiausią ir mažiausią sprendinius intervale, ne platesniame kaip $[-360^\circ; 360^\circ]$ ($[-2\pi; 2\pi]$).</p>	<p>1.2.1. Duota lygtis $\sin x = 0,5$.</p> <ol style="list-style-type: none"> Išspręskite šią lygtį. Kiek sprendinių turi ši lygtis intervale $[-360^\circ; 0]$? Raskite mažiausią šios lygties sprendinį intervale $[-360^\circ; 0]$. <p>1.2.2. Kurios lygtys neturi sprendinių?</p> <ol style="list-style-type: none"> $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \sqrt{3}$ $\sin x = -\sqrt{\frac{3}{7}}$ $\sin x = -3$ $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ 	<p>1.2.1. Duota lygtis $\sin x = 0,5$.</p> <ol style="list-style-type: none"> Išspręskite šią lygtį. Kiek sprendinių turi ši lygtis intervale $[-2\pi; 0]$. Raskite mažiausią šios lygties sprendinį intervale $[-2\pi; 0]$.
<p>1.3. Moka nustatyti, kuri lygtis iš, pvz., $a f(x) + b = c$ (kai $f(x) = \sin(kx)$ arba $f(x) = \cos(kx)$), turi, o kuri neturi sprendinių.</p> <p>Moka išspręsti lygtis $a \cdot (kx) + c = d$; $a \cdot f(kx) + c = d$, taikydami sprendinių formulę (čia $f(x) = \sin(kx)$, $\cos(kx)$).</p> <p>Sprendinius užrašo laipsniais ir radianais. Tokios lygties sprendinių skaičiaus nurodytame intervale nustatyti nereikia, taip pat nereikia sprendinį rasti intervale.</p>		<p>1.3.1. Išspręskite lygtis:</p> <ol style="list-style-type: none"> $2 \sin(2x) = 1$; $2 \sin \frac{x}{2} = 1$. <p>4.2. Kurios lygtys neturi sprendinių?</p> <ol style="list-style-type: none"> $2 \sin(3x) = \sqrt{3}$ $\sin(3x) + 5 = \sqrt{3}$ $1 + \sin(3x) = \sqrt{\frac{3}{7}}$ $\sin(3x) = -3$

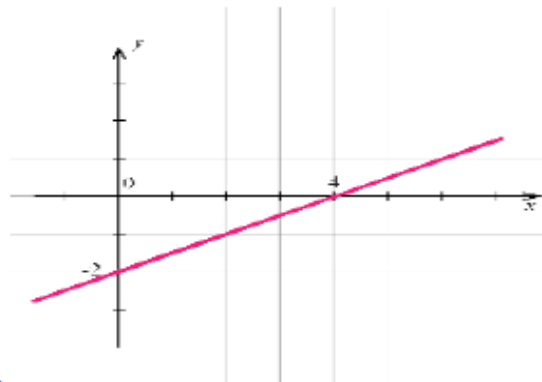
2. Funkcijos išvestinė

2.1. Atpažįsta tolydžiąsias ir netolydžiąsias funkcijas.

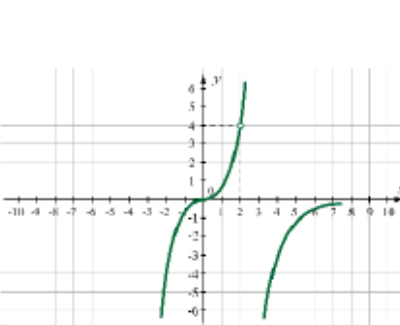
2.1.1. Kuri funkcija nėra tolydžioji intervale $(0; 4)$?



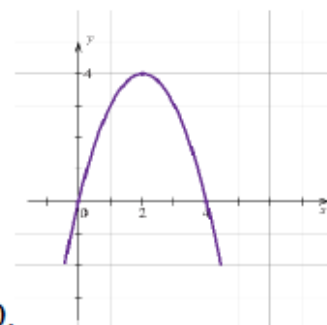
A.



B.

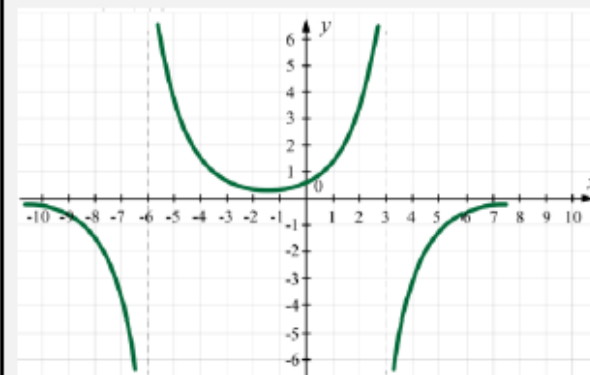


C.



D.

2.1.1. Paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Užrašykite šios funkcijos tolydumo intervalus.



2.2. Moka rasti daugianario išvestinę. Moka apskaičiuoti išvestinės reikšmę duotajame taške. Moka išspręsti lygtį $f'(x) = a$, kai $f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris.

2.2.1. Apskaičiuokite $f'(x)$, kai $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$.

2.2.2. Yra žinoma, kad $f(x) = 3x^3 - x$.

a) Raskite $f'(x)$.

2.2.1. Apskaičiuokite $f'(x)$, kai:

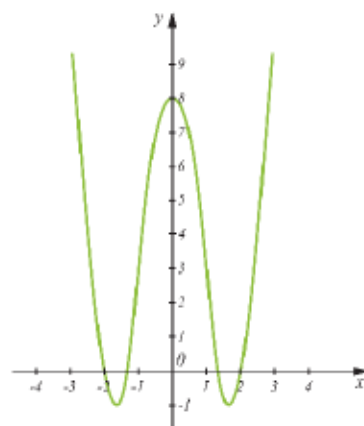
a) $f(x) = 3\sin(2x)$;

b) $f(x) = 3e^x + 2x$;

c) $f(x) = x \cdot \sin(x)$;

d) $f(x) = \ln(2x) + 3$;

<p>Moka rasti funkcijų sandaugos išvestinę, kai abi funkcijos yra elementariosios.</p> <p>Moka rasti funkcijų $f(x) = \sin x$; $f(x) = \cos x$; $f(x) = \ln x$; $f(x) = e^x$ išvestines ir išspręsti lygtį $f'(x) = a$. Geba rasti šių funkcijų ir laipsninės funkcijos sumos išvestines. Moka rasti sudėtinių funkcijų $f(x) = a \sin(kx)$; $f(x) = a \cos(kx)$; $f(x) = a \ln(kx)$; $f(x) = a e^{kx}$ išvestines, kai k – sveikasis skaičius.</p>	<p>b) Išspręskite lygtį $f'(x) = 0$.</p> <p>2.2.3. Apskaičiuokite $f'(1)$, kai $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$.</p>	<p>e) $f(x) = 3e^{2x} + 2$.</p>
<p>2.3. Moka rasti kreivės (išreikštos daugianariu) liestinės duotajame taške krypties koeficientą.</p> <p>Moka užrašyti funkcijos grafiko liestinės nurodytame taške lygtį.</p>	<p>2.3.1. Raskite funkcijos $f(x) = 3x^3 - x$ grafiko liestinės taške $x = 2$ krypties koeficientą.</p>	<p>2.3.1. Duota funkcija $f(x) = e^x + 3$.</p> <p>a) Apskaičiuokite $f'(x)$.</p> <p>b) Užrašykite šios funkcijos grafiko liestinės taške $x = 0$ lygtį.</p>
<p>2.4. Pagal funkcijos grafiką gali nustatyti minimumo ir maksimumo taškus, minimumus ir maksimumus.</p>	<p>2.4.1. Nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Remdamiesi grafiku, atlikite užduotis.</p>	



- Nustatykite šios funkcijos minimumo tašką.
- Nustatykite šios funkcijos minimumą.

2.5. Moka nustatyti funkcijos reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus, minimumo ir maksimumo taškus, minimumus ir maksimumus, kai duota funkcijos tyrimo lentelė.

2.5.1. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 6)$	6	$(6; \infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$
$f(x)$		8		3	

- Nustatykite funkcijos mažėjimo intervalą (-us).
- Raskite minimumo tašką (-us) x_{\min} .
- Raskite funkcijos minimumą (-us) y_{\min} .

2.6. Moka rasti funkcijos reikšmių didėjimo mažėjimo intervalus ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris).

2.6.1. Duota funkcija $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- Raskite šios funkcijos išvestinę.
- Raskite šios funkcijos didėjimo intervalą.

Moka rasti funkcijos $f(x)$ kritinius taškus, ekstremumo taškus ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris). Apskaičiuoja funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmes uždaramame intervale ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris).	c) Apskaičiuokite šios funkcijos minimumą. d) Apskaičiuokite šios funkcijos didžiausią reikšmę intervale $[0; 2]$.	
2.7. Išsprendžia paprasčiausius realaus turinio optimizavimo uždavinius, kai funkcija ir jos apibrėžimo sritis duota ir yra ne aukštesnio kaip antrojo laipsnio daugianaris.		2.7.1. Stačiakampio plotas apskaičiuojamas pagal formulę $S = 10x - x^2$, kai x – stačiakampio vienos kraštinės ilgis. Yra žinoma, kad $0 < x < 10$. Kokios turi būti stačiakampio kraštinės, kad jo plotas būtų didžiausias?
3. Pirmąjė funkcija ir integralas		
3.1. Moka nustatyti, kurios funkcijos yra duotosios funkcijos pirmąjės funkcijos. Moka rasti šių funkcijų pirmąjės funkcijas, apskaičiuoti neapibrėžtinį integralą: a) funkcijos $f(x)$ ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris); b) $f(x) = k \cdot \sin x$; c) $f(x) = k \cdot \cos x$; d) $f(x) = k \cdot a^x$; e) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$;	3.1.1. Kurios funkcijos yra funkcijos $f(x) = 4x^3 - e^x + 3$ pirmąjės funkcijos? A. $F(x) = x^4 - e^x + 3x + 2$ B. $F(x) = 12x^3 - e^x + 3$ C. $F(x) = 12x^3 - e^x + 3x + 5$ D. $F(x) = x^4 - e^x + 3x - 12$ 3.1.2. Apskaičiuokite: a) $\int 3\sin x dx$; b) $\int \frac{1}{2} e^x dx$.	

$$f) \quad f(x) = \frac{k}{x}.$$

3.2. Moka rasti funkcijų pirmąsias funkcijas, einančias per nurodytą tašką.

3.2.1. Duota funkcija $f(x) = x^2 + 1$.

- a) Raskite šios funkcijos kurią nors pirmąsias funkciją.
- b) Raskite šios funkcijos pirmąsias funkciją, kurios grafikas eina per tašką $(0; 2)$.

3.3. Moka apskaičiuoti apibrėžtinį integralą $\int_a^b f(x)dx$, kai $f(x)$ yra daugianaris arba $f(x) = a\sin x; f(x) = a\cos x; f(x) = ae^x; f(x) = \frac{a}{x}$.

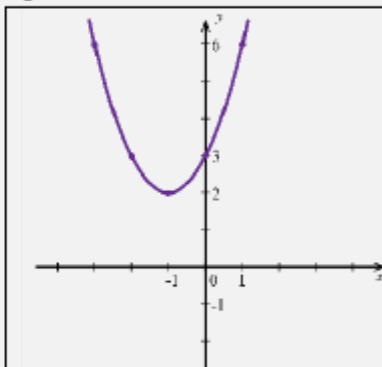
3.3.1. Apskaičiuokite.

- a) $\int_1^5 (x^2 + 1)dx =$
- b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin x dx =$

3.4. Pagal grafiką geba užrašyti apibrėžtinį integralą kreivinės trapecijos (apribotos iš viršaus kreive $f(x)$, taip pat tiesėmis $x = a; x = b; y = 0$) plotui apskaičiuoti. Apskaičiuoja šį plotą.

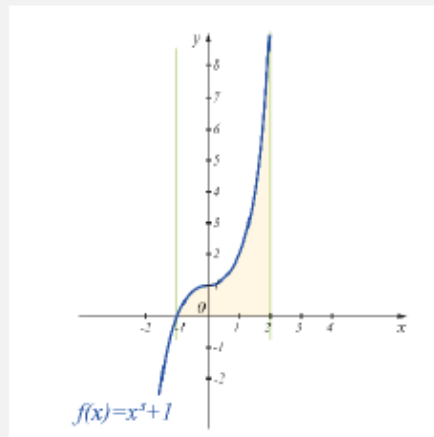
3.4.1. Nubrėžtas funkcijos $f(x) = x^2 + 2x + 3$ grafikas.

Kuris reiškinys tinkamas šios kreivės, abscisių ašies ir tiesių $x = -1; x = 2$ apribotam plotui apskaičiuoti?



- A. $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 3)dx$
- B. $\int_0^3 (x^2 + 2x + 3)dx$
- C. $\int_2^3 (x^2 + 2x + 3)dx$
- D. $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 3)dx$

3.4.2. Nuspalvinta figūra apribota funkcijos $f(x) = x^3 + 1$ grafiku ir abscisių ašimi. Užrašykite šios nuspalvintos figūros plotą integralu.



3.4.3. Paveiksle pateiktas funkcijos $f(x) = x^2 - 4x$ grafikas. Apskaičiuokite figūros, apribotos šios funkcijos grafiku ir Ox ašimi, plotą.



GEOMETRIJA IR MATAVIMAI

4. Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje

4.1. Brėžinyje atpažįsta susikertančias, lygiagrečias, persilenkiančias tieses, lygiagrečias ir susikertančias plokštumas. Pagal brėžinį atpažįsta dvisienį kampą ir paprasčiausiais atvejais geba nustatyti jo didumą. Moka rasti atstumą tarp taško ir tiesės, tarp lygiagrečių

4.1.1. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ir jo pjūvio plokštuma $C_1 DB$. Kubo kraštinė lygi 2 cm. Remdamiesi paveikslu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.

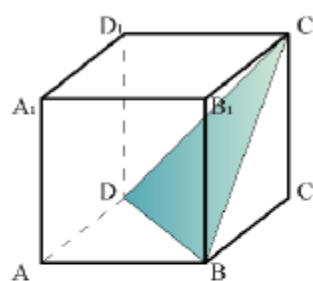
4.1.1. Brėžinyje pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė $ABCS$. Jos aukštinė yra SO , apotema – SM .

tiesių, tarp taško ir plokštumos.

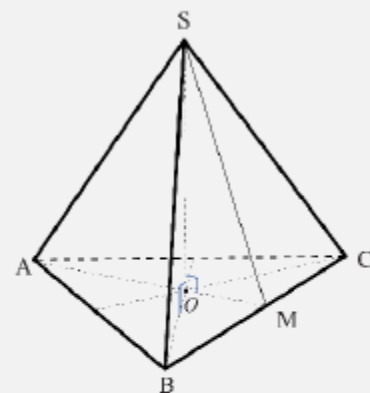
4.2. Geba rasti ir nustatyti kampo tarp susikertančių tiesių, kampo tarp tiesės ir plokštumos didumą, taikydami:

- stačiojo trikampio kampų ir kraštinių sąryšius;
- Pitagoro teoremą;
- lygiašonio, lygiakraščio trikampio, kvadrato, stačiakampio savybes.

4.3. Supranta projekcijos sąvoką, randa projekciją brėžinyje, paprasčiausiais atvejais apskaičiuoja jos ilgį.



- Kurios tiesės yra lygiagrečios?
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir CD
 - AB ir B_1D_1
 - AB ir A_1D_1
- Kurios tiesės yra prasilenkiančios?
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
- Kokio didumo kampą tiesė C_1B sudaro su plokštuma ABC ?
- Nustatykite atstumą tarp taško C_1 ir plokštumos ABC .
- Kuri atkarpa yra atkarpos BC_1 projekcija plokštumoje ABC ?
- Nustatykite atkarpos BC_1 projekcijos plokštumoje ABC ilgį.



Kuris kampas lygus dvisienio kampo tarp plokštumų BCS ir ABC tiesiniam kampui?

- $\angle AMS$
- $\angle CMS$
- $\angle BMS$
- $\angle MSO$

5. Briauniniai, sukiniai

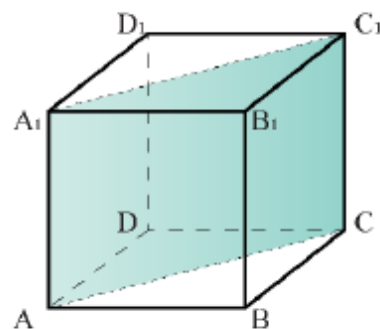
5.1. Moka rasti stačiakampio gretasienio, taisyklingosios trikampės prizmės, taisyklingosios keturkampės piramidės, ritinio, kūgio ir rutulio paviršiaus (šoninio ir viso) plotą ir tūrį, kai duoti reikiami dydžiai.

Moka, žinodami tūrį ar paviršiaus plotą, rasti nežinomą dydį, tiesiogiai išreiškiamą iš tūrio ar paviršiaus ploto formulės.

Moka apskaičiuoti stačiakampio gretasienio įstrižinio pjūvio plotą.

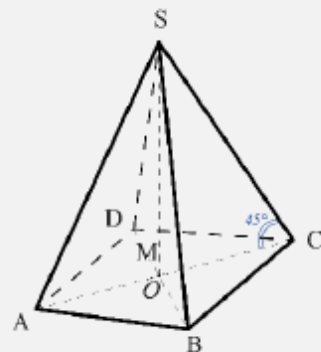
Moka apskaičiuoti taisyklingos keturkampės piramidės įstrižinio pjūvio plotą.

5.1.1. Stačiakampio gretasienio $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ pagrindas yra kvadratas (žr. pav.), kurio kraštinė lygi 3 cm. Šio stačiakampio gretasienio aukštinė lygi 4 cm. Remdamiesi brėžiniu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.



- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio pjūvio $AA_1 C_1 C$ plotą.
- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio šoninio paviršiaus plotą.
- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio tūrį.

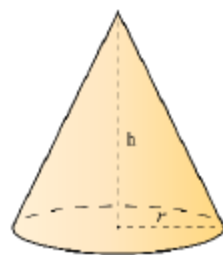
5.1.1. Taisyklingosios keturkampės piramidės $ABCD$ aukštinės ilgis 10 cm, o briauna SC su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą.



- Apskaičiuokite piramidės pagrindo įstrižainės ilgį.
- Apskaičiuokite piramidės pagrindo plotą.
- Apskaičiuokite piramidės tūrį.
- Apskaičiuokite piramidės pjūvio ACS plotą.

5.2. Moka apskaičiuoti ritinio, kūgio ir rutulio ašinių pjūvių plotus, kai yra žinomi reikiami dydžiai.

5.2.1. Kūgio tūris lygus 12π , o aukštinė lygi 4. Remdamiesi brėžiniu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.

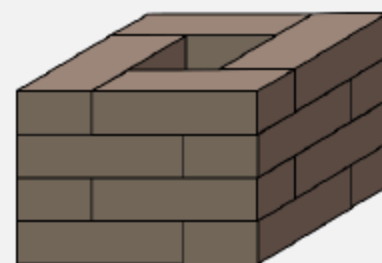


- Apskaičiuokite kūgio pagrindo spindulio ilgį.
- Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą.
- Apskaičiuokite kūgio ašinio pjūvio plotą.

5.3. Moka tūrio, paviršiaus ploto skaičiavimo uždavinius spręsti ir realaus turinio kontekstuose.

Pastaba. Tokiems uždaviniams spręsti turi būti duoti brėžiniai.

5.3.1. Kaminas sumūrytas iš vienodų plytų taip, kaip parodyta paveiksle. Vienos plytos ilgis 30 cm, plotis 10 cm, o aukštis 6 cm. Remdamiesi šia informacija, atlikite užduotis.



- Koks kamino viduje esančios tuščios ertmės tūris?
- Apskaičiuokite kamino šoninio paviršiaus plotą.



DUOMENYS IR TIKIMYBĖS

6. Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai

<p>6.1. Moka nustatyti rinkinių skaičių, taikydami kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles (rinkinių skaičius nedidelis, nesunku apskaičiuoti).</p>	<p>6.1.1. Duoti skaitmenys 1; 2; 3; 4; 5; 6.</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Kiek dviženklių skaičių, kurių skaitmenys nesikartoja, galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų? b) Kiek dviženklių skaičių galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų, jei skaitmenys gali kartotis? c) Kiek dviženklių skaičių su vienodais skaitmenimis galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų? 	<p>6.1.1. Kiek dviženklių skaičių, kurių skaitmenys nesikartoja, galima sudaryti iš skaitmenų 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6? Kiek tokių skaičių galime sudaryti, jei skaitmenys gali kartotis?</p>
<p>6.2. Atpažįsta paprasčiausias realaus turinio situacijas, kai rinkinių skaičiui nustatyti taikomos kėlinių, gretinių ir derinių formulės, ir moka jas pritaikyti (be pasikartojimų, tiesioginis formulės taikymas).</p>		<p>6.2.1. Ansamblyje dainuoja 10 mokinių – 4 merginos ir 6 vaikinai.</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Kiek yra galimybių jiems visiems sustoti eilėje? b) Kiek yra galimybių pasirinkti 5 mokinius atlikti dainą? c) Kiek yra galimybių pasirinkti 3 vaikus?
		<p>6.2.2. Turime 9 korteles, ant kurių surašyta po vieną raidę: A; B; E; D; F; T; N; U; K. Reikia pasirinkti 6 korteles. Kiek yra galimybių taip pasirinkti korteles, kad tarp jų būtų trys balsės?</p>

<p>6.3. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles.</p>	<p>6.3.1. Iš skaitmenų 2; 3; 5; 6; 7; 8 sudaromas dviženklis skaičius, kurio skaitmenys nesikartoja.</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Kiek tokių skaičių galima sudaryti? b) Kokia tikimybė, kad sudarytas skaičius lyginis? c) Kokia tikimybė, kad sudarytas skaičius yra 67? 	
<p>6.4. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kėlinių, gretinių derinių formules.</p>		<p>6.4.1. Ansamblyje dainuoja 10 mokinių – 4 merginos ir 6 vaikinai. Kūriniui atlikti atsitiktinai pasirinkti du solistai. Kokia tikimybė, kad pasirinktos dvi merginos?</p> <p>6.4.2. Turime 9 korteles, ant kurių surašyta po vieną raidę: A; B; E; D; F; T; N; U; K. Atsitiktinai paimamos trys kortelės.</p> <ul style="list-style-type: none"> a) Kokia tikimybė, kad tarp paimtų kortelių yra trys balsės? b) Kokia tikimybė, kad paimtos kortelės su raidėmis A, B ir E?

<p>6.5. Moka suformuluoti priešingą įvykį ir apskaičiuoti jo tikimybę, kai įvykio A tikimybė yra žinoma.</p>	<p>6.5.1. Iš visų dviženklių skaičių išsirinkome du. Įvykis A – abu išsirinkti skaičiai yra lyginiai. Kuris įvykis yra priešingas įvykiui A?</p> <p>B – abu išsirinkti skaičiai yra nelyginiai; C – vienas išsirinktas skaičius yra lyginis, kitas – nelyginis; D – nors vienas išsirinktas skaičius yra nelyginis; E – išsirinkome ne du skaičius.</p>	
<p>6.6. Moka taikyti nepriklausomų įvykių sankirtos tikimybių formulę. Atpažįsta situacijas, kai ją reikia taikyti. Moka apskaičiuoti dviejų nesutaikomų įvykių sumos tikimybę.</p>	<p>6.6.1. Kambaryje dega dvi elektros lemputės. Tikimybė kad perdegs viena lemputė, lygi 0,3, kad perdegs antra – lygi 0,4.</p> <p>a) Kokia tikimybė, kad perdegs abi lemputės? b) Kokia tikimybė, kad perdegs pirma lemputė, o antra neperdegs? c) Kokia tikimybė, kad neperdegs abi lemputės?</p> <p>6.6.2. Tikimybė, kad šiandien snigs arba bus kruša, lygi 0,3, tikimybė, kad lis, lygi 0,5. Kokia tikimybė, kad šiandien kritulių nebus?</p>	<p>6.6.1. Šaulio tikimybė pataikyti į taikinį lygi 0,8. Kokia tikimybė, kad pirmieji trys jo šūviai bus sėkmingi?</p>

7. Atsitiktiniai dydžiai																																																				
<p>7.1. Paprasčiausiais atvejais nustato, kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis.</p> <p>Paprasčiausiais atvejais moka papildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę, kai tikimybės skaičiuojamos anksčiau aprašytais būdais. Žino, kad skirstinio lentelėje tikimybių suma lygi 1.</p>	<p>7.1.1. Metamos dvi 10 ir 50 centų monetos. Jei iškrinta herbas, manome, kad ši baigtis lygi 0. Atsitiktinis dydis X – iškritusių akučių suma.</p> <p>a) Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis?</p> <p>b) Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 60)$.</p> <p>c) Užpildykite atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.</p>		<p>7.1.1. Metamos dvi 10 ir 50 centų monetos. Jei iškrinta herbas, manome, kad ši baigtis lygi 0. Atsitiktinis dydis X – iškritusių akučių suma.</p> <p>a) Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis?</p> <p>b) Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 60)$.</p>																																																	
<p>Moka apskaičiuoti atsitiktinio dydžio matematinę viltį, tikimybę, kad $X > a, X < a, X \leq a, X \geq a$, kai žinoma skirstinio lentelė.</p>	<table><tr><td>m</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$P(X = m)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.</p> <p>7.1.2. Pateikta atsitiktinio dydžio skirstinio lentelė.</p> <table><tr><td>m</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$P(X = m)$</td><td>0,2</td><td>a</td><td>a</td><td>0,4</td></tr></table> <p>a) Apskaičiuokite parametro a reikšmę.</p> <p>b) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio matematinę viltį.</p>		m					$P(X = m)$					m	2	3	4	5	$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4	<p>c) Užpildykite atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.</p> <table><tr><td>m</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$P(X = m)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> <p>d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.</p> <p>7.1.2. Pateikta atsitiktinio dydžio skirstinio lentelė.</p> <table><tr><td>m</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>$P(X = m)$</td><td>0,2</td><td>a</td><td>a</td><td>0,4</td></tr></table> <p>a) Apskaičiuokite parametro a reikšmę.</p> <p>b) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio matematinę viltį.</p> <p>7.1.3. Ansamblyje dainuoja 2 merginos ir 6 vaikinai. Atsitiktinai parinkti 3 dainininkai dainai atlikti. Atsitiktinis dydis – pasirinktų merginų skaičius.</p> <p>a) Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis?</p> <p>b) Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 2)$.</p> <p>c) Pabaikite pildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.</p> <table><tr><td>m</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X = m)$</td><td>5/14</td><td></td><td></td></tr></table> <p>d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X</p>		m					$P(X = m)$					m	2	3	4	5	$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4	m	0	1	2	$P(X = m)$	5/14		
m																																																				
$P(X = m)$																																																				
m	2	3	4	5																																																
$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4																																																
m																																																				
$P(X = m)$																																																				
m	2	3	4	5																																																
$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4																																																
m	0	1	2																																																	
$P(X = m)$	5/14																																																			